

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	i
Πρόλογος	v
0.1 Πρόλογος στην α' έκδοση	v
0.2 Τα Δυναμικά Συστήματα Σήμερα	vi
0.3 Η Ελληνική πραγματικότητα	viii
0.4 Πρόλογος στην β' έκδοση	xi
Εισαγωγή	xiii
0.5 Ιστορική Αναδρομή	xiii
0.6 Θεματική διάρθρωση του βιβλίου	xv
1 Βασικές Έννοιες	1
1.1 Συστήματα Συνήθων Διαφορικών Εξισώσεων	1
1.2 Ύπαρξη και μοναδικότητα λύσεων	5
1.3 Ροές και χώρος των φάσεων	8
1.4 Θεμελιώδη παραδείγματα ροών	12
1.5 Οριακά και αναλλοίωτα σύνολα	16
2 Γραμμικά Συστήματα	25
2.1 Εκθετικά πινάκων	25
2.2 Επίλυση γραμμικών συστημάτων	29
2.3 Τοπολογική συζευξιμότητα και ισοδυναμία	34
2.4 Ταξινόμηση γραμμικών συστημάτων	38
2.4.1 Γραμμικά συστήματα στη μία διάσταση	40
2.4.2 Γραμμικά συστήματα στις δύο διαστάσεις	40
2.5 Υπερβολικά γραμμικά συστήματα	43
3 Τοπική μελέτη σημείων ισορροπίας	47
3.1 Ευστάθεια σημείων ισορροπίας	47
3.2 Το θεώρημα Hartman-Grobman	51

i

ii	ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ
3.3 Σημεία ισορροπίας στο επίπεδο	56
4 Ολική μελέτη	63
4.1 Μία διάσταση	63
4.2 Δύο διαστάσεις: αναλλοίωτες ευθείες και το πεδίο κλίσεων	66
4.3 Το θεώρημα Poincaré-Bendixson	72
5 Ειδικές κατηγορίες συστημάτων ΣΔΕ	79
5.1 Συναρτήσεις Lyapunov	79
5.2 Συστήματα κατευθυντήριας κλίσης	84
5.3 Συστήματα με ολοκλήρωμα της κίνησης	87
5.4 Συστήματα Hamilton	92
5.5 Ολοκληρώσιμα συστήματα	98
5.5.1 Πλήρως ολοκληρώσιμα διανυσματικά πεδία	98
5.5.2 Συστήματα Hamilton ολοκληρώσιμα κατά Liouville	100
5.6 Εκκρεμές και ελλειπτικές συναρτήσεις	108
5.7 Συστήματα γειτονικά άλλων συστημάτων: Θεωρία Διαταραχών	113
5.7.1 Το ασυμπτωτικό θεώρημα του Poincaré	113
5.7.2 Μέθοδος Poincaré-Lindstedt	120
5.8 Θεωρία Μέσων Όρων	123
6 Τοπικές διακλαδώσεις	129
6.1 Διακλαδώσεις	129
6.2 Τοπική κεντρική πολλαπλότητα	133
6.3 Διακλάδωση σάγμα-κόμβος	138
6.4 Μετακρίσιμη διακλάδωση	140
6.5 Διακλάδωση διχάλας	142
6.6 Διακλάδωση Hopf	145
7 Η απεικόνιση Poincaré	151
7.1 Η απεικόνιση Poincaré	151
7.2 Περιοδικές τροχιές στο επίπεδο	157
7.3 Εισαγωγή στη Θεωρία Floquet	159
7.3.1 Εξίσωση μεταβολών κατά μήκος περιοδικής τροχιάς	159
7.3.2 Γραμμικά συστήματα με περιοδικό δεξί μέλος	160
7.3.3 Το θεώρημα Floquet	162
7.3.4 Ευστάθεια περιοδικών τροχιών	163
7.4 Δυναμικά συστήματα του τόρου	166
7.5 Το σύστημα του Lorenz	173
7.6 Κατασκευή ροής από απεικόνιση	178

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

iii

8 Εισαγωγή στα Διακριτά Δυναμικά Συστήματα	181
8.1 Δυναμικά συστήματα διακριτού χρόνου	181
8.2 Παραδείγματα διακριτών συστημάτων	185
8.2.1 Περιστροφές του κύκλου	185
8.2.2 Διαστολές του κύκλου	187
8.2.3 Η απεικόνιση του Hénon	188
8.2.4 Τυπική απεικόνιση (standard map)	188
8.3 Αναλλοίωτα και οριακά σύνολα	189
8.4 Τοπολογική μεταβατικότητα και τοπολογική μίξη	192
8.5 Εκθέτες Lyapunov	194
8.6 Συστολές σε ευκλείδειους χώρους	198
8.7 Διατηρητικά συστήματα	202
8.8 Ολοκληρώσιμες απεικονίσεις του επιπέδου	204
8.9 Η απεικόνιση μετατόπισης συμβόλων	206
8.10 Το πέταλο του Smale	209
8.11 Χάος: ορισμός και παραδείγματα	216
8.12 Το σύνολο του Cantor	220
8.13 Μιγαδική Δυναμική	223
Βιβλιογραφία	229
Ευρετήριο	231