

# Μιγαδική Ανάλυση

Σ. Αναστασίου και Β.Βλάχου

## Ασκήσεις στις σειρές Laurent

1. Να αναπτύξετε τις παρακάτω συναρτήσεις σε σειρά Laurent στους αντίστοιχους δακτυλίους.

$$(\alpha') f(z) = \frac{1}{1+z^2}, \quad \mathcal{D} = \{z \in \mathbb{C} / 1 < |z - 2i| < 3\}$$

$$(\beta') f(z) = \frac{e^{z^2}-1}{z^4}, \quad \mathcal{D} = \mathbb{C} \setminus \{0\}$$

$$(\gamma') f(z) = \frac{\text{Log}z}{(z-1)^2}, \quad \mathcal{D} = \{z \in \mathbb{C} / 0 < |z-1| < 1\}$$

$$(\delta') f(z) = z^6 \cos^2(z^{-2}), \quad \mathcal{D} = \mathbb{C} \setminus \{0\}$$

$$(\epsilon') f(z) = \frac{1-2z}{z^2-z}, \quad \mathcal{D} = \{z \in \mathbb{C} / |z-1| > 1\}$$

2. Να αναπτύξετε τις συναρτήσεις  $f(z) = \frac{1}{z^2-z}$  και  $g(z) = \frac{1-2z}{z^2-z}$  σε σειρά Laurent στους δακτυλίους:

$$(\alpha') \mathcal{D}_1 = \{z \in \mathbb{C} / 0 < |z| < 1\}$$

$$(\beta') \mathcal{D}_2 = \{z \in \mathbb{C} / 0 < |z-1| < 1\}$$

$$(\gamma') \mathcal{D}_3 = \{z \in \mathbb{C} / |z| > 1\}$$

$$(\delta') \mathcal{D}_4 = \{z \in \mathbb{C} / |z-1| > 1\}$$

$$(\epsilon') \mathcal{D}_5 = \{z \in \mathbb{C} / 1 < |z+1| < 2\}$$

$$(\zeta') \mathcal{D}_6 = \{z \in \mathbb{C} / 1 < |z+i| < \sqrt{2}\}$$