

ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ: ΜΙΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΣΤΟ ΣΤΑΥΡΟΔΡΟΜΙ ΤΩΝ ΑΛΛΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Τάσος Μπούντης
Καθηγητής Τμήματος Μαθηματικών
Διευθυντής Κέντρου Έρευνας και Εφαρμογών Μη Γραμμικών Συστημάτων
Πανεπιστήμιο Πατρών

1. Εισαγωγή

Η λέξη «πολυπλοκότητα» είναι βέβαια η ακριβής μετάφραση στα Ελληνικά του όρου «**Complexity**» με τον οποίο έχει γίνει γνωστή τα τελευταία 10 – 15 χρόνια μια νέα επιστήμη, που φιλοδοξεί να αντιμετωπίσει πολύπλοκα προβλήματα όλων των επιστημών με ενιαίο τρόπο και κοινή μεθοδολογία. Όμως η Ελληνική λέξη έχει και ένα ακριβές σημασιολογικό περιεχόμενο αφού αναφέρεται στην ύπαρξη πολλών «**πλόκων**», δηλαδή πλεξούδων με γεωμετρικά περίπλοκες προεκτάσεις, όπως οι ρίζες ενός δένδρου, τα πλοκάμια ενός χταποδιού, ή οι έμπειρα πλεγμένες κοτσίδες σε μακριά μαλλιά...

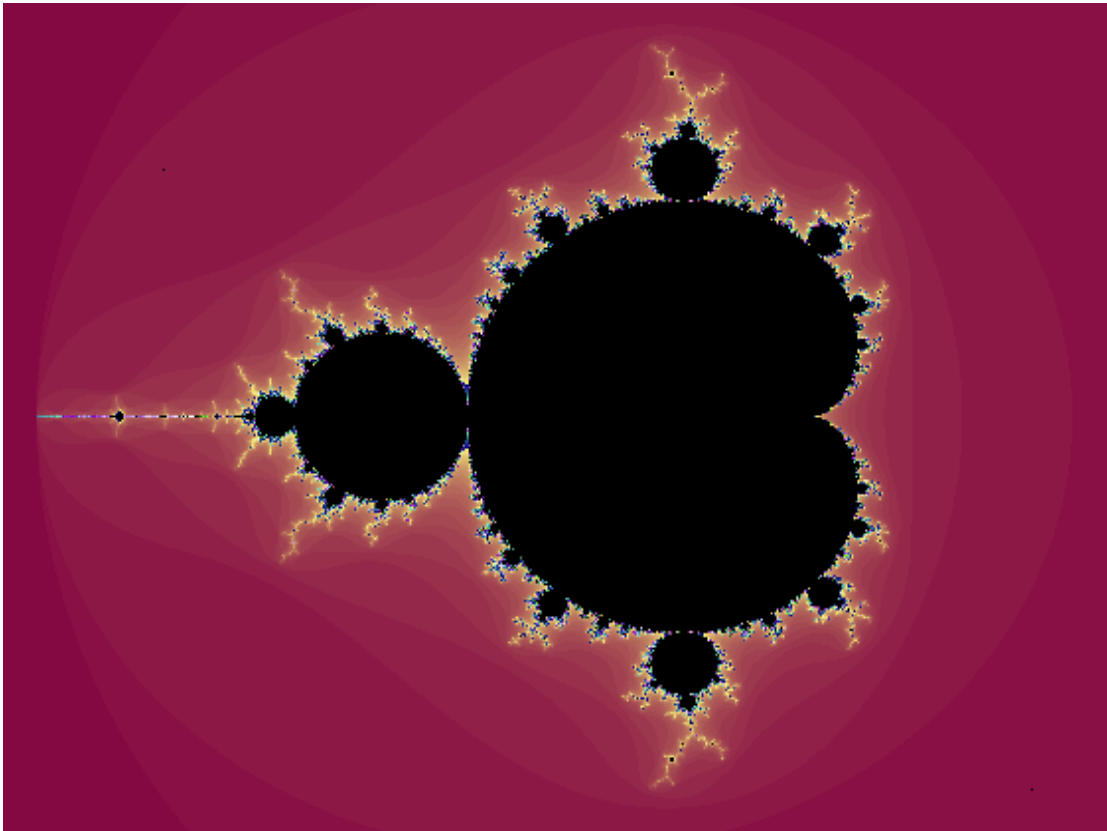
Με μια πρώτη ματιά, ένα αντικείμενο που χαρακτηρίζεται ως «πολύπλοκο», δημιουργεί μια αίσθηση σύγχυσης ή αβεβαιότητας και αποτελεί μια πηγή προβληματισμού. Μετά από προσεκτικότερη εξέταση όμως διαπιστώνουμε ότι οι πλεξούδες των μαλλιών προέρχονται από το ίδιο κεφάλι, οι ρίζες αναφύονται από το ίδιο δένδρο και τα πλοκάμια ανήκουν στο ίδιο ζώο. Ίσως λοιπόν αυτό που μας εκπλήσσει σήμερα και σπεύδουμε να το ονομάσουμε «πολύπλοκο» στα πλαίσια μιας επιστήμης, αν το συγκρίνουμε με παρόμοια που έχουν αντιμετωπισθεί από άλλες επιστήμες, να γίνει αύριο ένα απόλυτα κατανοητό αντικείμενο που μπορεί μάλιστα να το χαρακτηρίσουμε και «απλό»!

Θα ήταν επομένως άωφο να προσπαθήσουμε να δώσουμε έναν σαφή και πλήρως περιεκτικό ορισμό της πολυπλοκότητας, ιδίως αν σκοπεύουμε να την χρησιμοποιήσουμε για να μελετήσουμε ένα ευρύ φάσμα φαινομένων που καλύπτει το φάσμα όλων σχεδόν των επιστημών. Πρέπει όμως να επισημάνουμε με έμφαση ότι με την λέξη **πολύπλοκο** εννοούμε κάτι πολύ περισσότερο από απλώς «περίπλοκο» ή «μπερδεμένο»: Καταρχάς είναι πλέον σαφές ότι η πολύπλοκη συμπεριφορά ενός φαινομένου **δεν απαιτεί άπειρες** (ούτε καν πολλές!) **μεταβλητές**.

Αντίθετα από ότι πίστευαν μεγάλοι επιστήμονες όπως ο Landau, ο Fermi και ο Einstein, ο ντετερμινισμός καταρρέει κιόλας στο επίπεδο των λίγων διαστάσεων ή των 2 και 3 βαθμών ελευθερίας (κάθε βαθμός ελευθερίας αντιστοιχεί σε μια μεταβλητή θέσης και μια ορμή): Ακόμα και **ένα σωματίδιο** που ανακλάται ελαστικά μέσα σε ένα κουτί με καμπύλα τοιχώματα μπορεί κλασσικά – αλλά και κβαντικά – να υπολογίζεται η κατάσταση του, μόνο μέχρι ένα πεπερασμένο όριο! Αυτό είναι ένα από τα βασικά αποτελέσματα ενός πεδίου που έχει γίνει ευρύτατα γνωστό ως **Κλασσικό και Κβαντικό Χάος**.

Από την άλλη μεριά, αν επιθυμούμε να μελετήσουμε ένα υψηλο-διάστατο σύστημα με πολλές μεταβλητές και παραμέτρους, είναι φανερό ότι πρέπει να εισαγάγουμε έννοιες πολυπλοκότητας που να μπορούν να περιγράψουν το σύστημα **στο σύνολό του**. Στην περίπτωση αυτή, δεν μας ενδιαφέρει απλώς μια ειδική λύση που αντιστοιχεί σε κάποιες αρχικές συνθήκες, αλλά θέλουμε να καταλάβουμε τη δυναμική του συνολικού συστήματος μέσω της εξέλιξης υποσυστημάτων του. Πρέπει να μάθουμε να μελετάμε οντότητες που αποτελούνται από **πολλά αλληλεπιδρώντα μέρη**, η «ολική» δυναμική των οποίων δεν είναι απλή απόρροια των ιδιοτήτων των επιμέρους στοιχείων τους. Ακόμα και αν αφιερώσουμε όλη μας τη ζωή μαθαίνοντας πως ένα ψάρι κολυμπάει ή ένα πουλί πετάει, δεν θα μπορέσουμε ποτέ να εξηγήσουμε τι είναι αυτό που προκαλεί αυτές τις καταπληκτικές **αλλαγές των ομαδικών σχηματισμών τους**, κάθε φορά που αντιλαμβάνονται ένα κίνδυνο ή εντοπίζουν κάποιο **συλλογικό** όφελος.

Μπορεί να είμαστε σήμερα πράγματι ειδικοί για το πως συγκεκριμένοι νευρώνες διεγείρονται και ποια ηλεκτρικά δυναμικά απαιτούνται για να μεταφέρουν σήματα μέσα από νευρωνικούς άξονες. Πόσα όμως γνωρίζουμε για το πώς **εκατομμύρια νευρωνικών κυττάρων συγχρονίζονται** κατά τη διάρκεια μια **μυϊκής δυσλειτουργίας ή μιας επιληπτικής κρίσης**; Λύσαμε το μυστήριο της χημικής δομής του γονιδίου, αλλά έχουμε πλήρη άγνοια των θεμελιωδών αιτίων που κάνουν ένα κύτταρο να συνιστά έναν ζωντανό οργανισμό. Έγκυροι Οικονομολόγοι και Κοινωνιολόγοι ισχυρίζονται ότι έχουν κατανοήσει απόλυτα το πώς άτομα και κοινωνικές μονάδες λειτουργούν, όμως είναι εντελώς **αδύναμοι να προβλέψουν την επόμενη οικονομική κρίση**, παγκόσμια διάδοση ενός ιού, ή κοινωνική αναταραχή, όπως αυτή που πρόσφατα παρακολούθησαμε να εξαπλώνεται αιφνιδιαστικά σε πολλές πόλεις της Γαλλίας.



Σχήμα 1. Ένα από τα πιο πολύπλοκα σχήματα στον κόσμο! Το μαύρο τμήμα της εικόνας με το απίστευτα πολύπλοκο σύνορό της (Σύνολο του Mandelbrot), παριστούν όλες τις μιγαδικές παραμέτρους c για τις οποίες τα σημεία $z_n = x_n + iy_n$ του μιγαδικού επιπέδου που δημιουργούνται μέσω της επαναληπτικής σχέσης $z_{n+1} = z_n^2 + c$, $z_0 = 0$, δεν διαφεύγουν στο άπειρο, καθώς το n τείνει στο άπειρο (βλ. Α. Μπούντη, «Ο Θαυμαστός Κόσμος των Φράκταλ», εκδ. Leader Books, Αθήνα, 2004).

2. Ελληνική Δραστηριότητα

Το 2004 έγινε στην Πάτρα και την Ολυμπία, 14 – 26 Ιουλίου, ένα σημαντικό **διεθνές Συνέδριο** με θέμα «**Πολυπλοκότητα στην Επιστήμη και την Κοινωνία**». Ο κύριος διοργανωτής του ήταν το Κέντρο Έρευνας και Εφαρμογών Μη Γραμμικών Συστημάτων του Πανεπιστημίου Πατρών (ΚΕΕΜΣ, <http://www.math.upatras.gr/~crans>) και το κεντρικό θέμα του η νέα επιστήμη της Πολυπλοκότητας και οι εφαρμογές της στις άλλες επιστήμες. Η διοργάνωση αυτή συνδυάστηκε με το **17^ο Θερινό Σχολείο** μιας σειράς που πραγματοποιείται σε διάφορες πόλεις της Ελλάδας από το 1987 με θέμα «Μη Γραμμική Δυναμική, Χάος και Πολυπλοκότητα» (το 18^ο έγινε τον Ιούλιο του 2005 στον Βόλο), τα πρακτικά των οποίων έχουν δημοσιευθεί σε **8 τόμους με τίτλο «Τάξη και Χάος»** (Τόμοι 1 – 7, εκδ. Γ. Πνευματικού, Αθήνα, τόμος 8, εκδ. Κ. Σφακιανάκη και ένας 9^{ος} αναμένεται από τις εκδ. Πανεπιστημίου Θεσσαλίας).

Όλα αυτά δείχνουν ότι η Ελλάδα βρίσκεται σε πολύ καλή θέση διεθνώς όσον αφορά στις επιστημονικές και εκπαιδευτικές εξελίξεις στον σύγχρονο αυτό τομέα. Εκτός από το Πανεπιστήμιο Πατρών, ιδιαίτερα δραστήριες ερευνητικές ομάδες σε θέματα εφαρμογών της Επιστήμης της Πολυπλοκότητας υπάρχουν σήμερα μεταξύ άλλων και στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, το Πανεπιστήμιο Αθηνών, το Μετσόβειο Πολυτεχνείο, το Πανεπιστήμιο Κρήτης, τον «Δημόκριτο» και το Κέντρο Ερευνών της Ακαδημίας Αθηνών.

Είναι πολύ σημαντικό ότι η Ελληνική αυτή δραστηριότητα είχε την ευκαιρία να παρουσιάσει το έργο της στο πρωτοποριακό συνέδριο του 2004 στην Πάτρα και Ολυμπία, τα πρακτικά του οποία θα εκδοθούν σε δύο ειδικούς τόμους του υψηλού κύρους περιοδικού *International Journal of Bifurcation and Chaos*, τον Ιούνιο και Ιούλιο του 2006, για τους οποίους θα μιλήσουμε πιο κάτω.

Εκείνο όμως που κάνει όλους εμάς που εργαζόμαστε στα θέματα αυτά ιδιαίτερα αισιόδοξους είναι το γεγονός ότι στο νέο Ευρωπαϊκό Δίκτυο **ERA – NET** (European Research Area Network) **Coordination of National Research and Training Activities on Complexity**, που μόλις εγκρίθηκε η χρηματοδότησή του από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ε.Ε.), η Ελλάδα ήταν από τα ιδρυτικά μέλη και έπαιξε πρωταγωνιστικό ρόλο στη διαμόρφωση της τελικής πρότασης. Προβάλλοντας το έργο των επιστημόνων της, η Ελλάδα, εκπροσωπούμενη από την **Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας**, ήταν από την αρχή στις 9 χώρες που διαμόρφωσαν την πρόταση και συνέβαλε στο να συμμετάσχουν 4 ακόμη Ευρωπαϊκές χώρες στο δίκτυο που τελικά εγκρίθηκε.

Κύριος στόχος τώρα των 13 χωρών του δικτύου **ERA – NET Complexity** είναι να διοργανώσουν, για τα επόμενα 3 χρόνια, μια σειρά επιστημονικών και εκπαιδευτικών συναντήσεων, με σκοπό να προσδιορίσουν το περιεχόμενο και τους βασικούς άξονες της Πολυπλοκότητας, ώστε **από το 2008 να μπορούν να υποβάλλονται ερευνητικές προτάσεις** σε θέματα της νέας αυτής επιστήμης, που θα κρίνονται και θα επιλέγονται με ενιαία και σαφώς καθορισμένα κριτήρια.

3. Βασικοί Άξονες της Επιστήμης της Πολυπλοκότητας

Όλοι μας, ως ερευνητές, έχουμε ακολουθήσει, άλλος περισσότερο και άλλος λιγότερο, σε κάποιο στάδιο της δουλειάς μας, την παραδοσιακή μέθοδο της απλοποίησης ενός συστήματος μέσω της **διαίρεσής του σε υποσυστήματα**, σε μια προσπάθεια να προσδιορίσουμε τους νόμους που το διέπουν και να κατασκευάσουμε ένα **μαθηματικό μοντέλο** κατάλληλο να αναπαράγει τις ιδιότητες του αρχικού συστήματος. Σε πολλές περιπτώσεις μάλιστα υποθέτουμε ότι **το σύστημά μας είναι κοντά στην ισορροπία**, ώστε να μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις γνωστές μεθόδους της Θεωρίας Διαταραχών για να μελετήσουμε την συμπεριφορά του κοντά στην αδιατάρακτη θέση.

Και αυτά ενώ γνωρίζουμε πολύ καλά ότι υπάρχουν πολλά προβλήματα των εφαρμοσμένων επιστημών που βρίσκονται **μακράν της ισορροπίας** και τα οποία δεν

μπορούν ασφαλώς να αναλυθούν με τον ως άνω παραδοσιακό τρόπο! Τα προβλήματα αυτά χαρακτηρίζονται από τις πολύ σημαντικές ιδιότητες της **αυτό – οργάνωσης και της εμφάνισης νέων μορφών σε πολλές κλίμακες μεγέθυνσης**, που δεν μπορούν να εξηγηθούν από την συμπεριφορά των επιμέρους τμημάτων τους. Σε αυτά ακριβώς αναφερόμαστε όταν μιλάμε για **πολύπλοκα συστήματα**.

Θα ονομάζουμε, επομένως, ένα τέτοιο σύστημα **πολύπλοκο**, αν έχουμε πρώτα προσδιορίσει μια **μαθηματική «δομή»** - πιθανώς απλή αυτή καθεαυτή – μέσω της οποίας έχουμε επιτύχει να περιγράψουμε το σύστημα με ακρίβεια και να αναλύσουμε τις ιδιότητές του σε ικανοποιητικό βαθμό. Αν συμβαίνει αυτό, τότε μπορούμε τουλάχιστον να χρησιμοποιήσουμε την «δομή» αυτή για να **εξηγήσουμε την πολυπλοκότητα** του προβλήματος και να κατανοήσουμε την συμπεριφορά του. Διαφορετικά, το υπό διερεύνηση σύστημα θα παραμένει ένα «μυστήριο», αφού δεν θα έχουμε κατορθώσει να αποκαλύψουμε τα εσωτερικά μυστικά του, να εξηγήσουμε τις ιδιότητές του ή να προβλέψουμε την εξέλιξή του στον χρόνο.

Στις τελευταίες δύο δεκαετίες του 20^{ου} αιώνα παρατηρήθηκε μια «έκρηξη» επιστημονικής δραστηριότητας με σκοπό την ανάπτυξη ενός **θεωρητικού πλαισίου μελέτης πολύπλοκων συστημάτων**, ενώ παράλληλα υπήρξε **πληθώρα πειραματικών ανακαλύψεων** και κατασκευάστηκαν **ποικίλα μαθηματικά μοντέλα**. Με τη βοήθεια ισχυρών υπολογιστικών μεθόδων, οι ερευνητές επέτυχαν να διεισδύσουν στα μυστικά της ανάδυσης νέων μορφών και τις λεπτομέρειες της δομής πολύπλοκων φαινομένων. Νέοι αλγόριθμοι νευρωνικών δικτύων αναπτύχθηκαν για την ακριβέστερη προσομοίωση μεθόδων εκμάθησης του ανθρώπινου εγκεφάλου και την κατασκευή ευπροσάρμοστων «ρομπότ», βασισμένων στις αρχές της τεχνητής νοημοσύνης, με στόχο την επίλυση και τον έλεγχο πολύπλοκων συστημάτων. Ιδιαίτερα ευφυή προγράμματα κατασκευάστηκαν για την ανάλυση του γενετικού κώδικα ακολουθιών DNA και την αποκάλυψη των αιτιών που κρύβονται πίσω από τις πολύπλοκες λειτουργίες των κυττάρων μας.

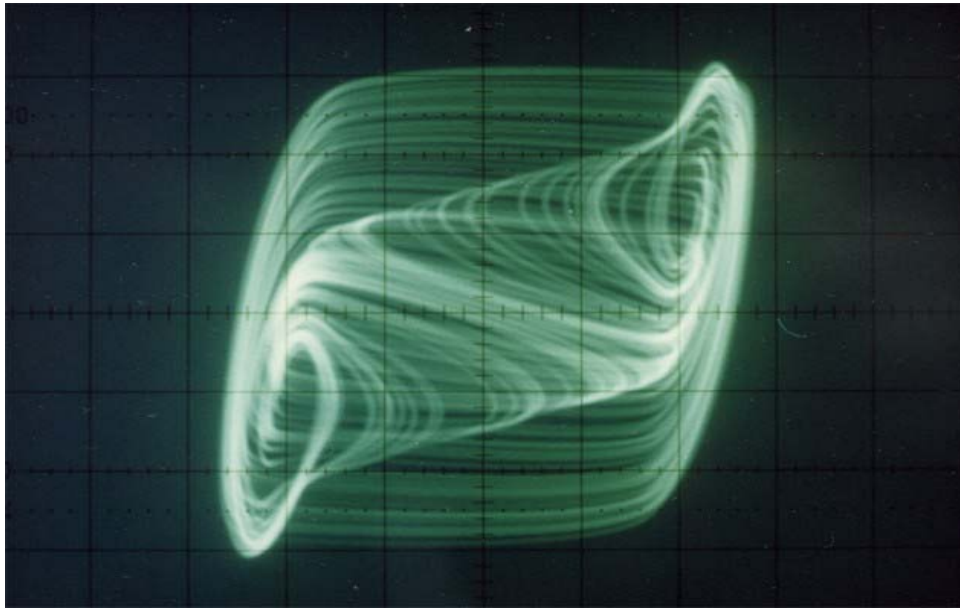
Μερικά από τα πιο εντυπωσιακά συμπεράσματα της δραστηριότητας αυτής είναι ήδη γνωστά: Η Θεωρία του Χάους και η Γεωμετρία των Φράκταλ μας αποκάλυψαν την σημασία των **νόμων κλιμάκωσης, των ιδιόμορφων φασμάτων και των γενικευμένων διαστάσεων**, μέσω των οποίων αρχίσαμε να κατανοούμε την χρονική εξέλιξη και την χωρική μορφολογία ενός μεγάλου αριθμού φυσικών, χημικών και βιολογικών διεργασιών. **Μορφοκλασματικοί (φράκταλ) ελκυστές και εκθέτες Lyapunov** μας πρόσφεραν νέους και πιο αποτελεσματικούς τρόπους ανάλυσης και βελτίωσης πρόβλεψης δεδομένων υπό τη μορφή χρονοσειρών. Τέλος, οι έννοιες της κλιμάκωσης και της αυτό – ομοιότητας αύξησαν σημαντικά τις γνώσεις μας στον τομέα των **κρίσιμων φαινομένων** και της αυτό – οργάνωσης συστημάτων μακράν της ισορροπίας.

4. Η Σημερινή Πραγματικότητα

Τα προϊόντα της βασικής έρευνας, οι νέες ιδέες και η ανάπτυξη της μαθηματικής μεθοδολογίας των τελευταίων 20 ετών οδήγησαν στην εδραίωση της επιστήμης που ονομάζουμε **Πολυπλοκότητα**. Μέσω αυτής άρχισε να θεμελιώνεται η παραδοχή ότι ο

κόσμος μας δεν διέπεται από απλές γραμμικές σχέσεις, αλλά από νόμους και ιδιότητες που απορρέουν από εσωτερικές **μη γραμμικότητες πολύπλοκων φαινομένων**. Αρχίσαμε να συνειδητοποιούμε ότι η φύση και η ζωή γύρω μας εξελίσσονται συνεχώς και προσαρμόζονται δυναμικά, αρνούμενες να υποταχθούν στους κανόνες του ντετερμινισμού και της απλής στατιστικής ανάλυσης.

Η Πολυπλοκότητα βρίσκεται, επομένως, **στο σταυροδρόμι πολλών επιστημών**, όπως τα Μαθηματικά, η Φυσική, η Χημεία, η Βιολογία και η Επιστήμη Υπολογιστών, ενώ διακρίνονται ήδη οι επιρροές της στο χώρο της Οικονομίας και των Κοινωνικών Επιστημών. Πρόκειται ουσιαστικά για μια δι-επιστημονική θεώρηση συστημάτων που διαφέρουν ευρύτατα από άποψη χαρακτήρα και μεγέθους: Από τη δυναμική πληθυσμών μέχρι την ανάπτυξη μικρο – οργανισμών, από τις ταχύτατα εξελισσόμενες διαδικασίες χημικών αντιδράσεων μέχρι τον σχηματισμό γαλαξιών και από τις μεταβολές του καιρού και τις ταλαντώσεις σειсмоγράφων και ηλεκτροκαρδιο-(και εγκεφαλο-) γραφημάτων μέχρι τις διακυμάνσεις του Χρηματιστηρίου, εκτείνεται μια τεράστια ποικιλία πολύπλοκων φαινομένων που εμφανίζουν **παρόμοια χαρακτηριστικά**.

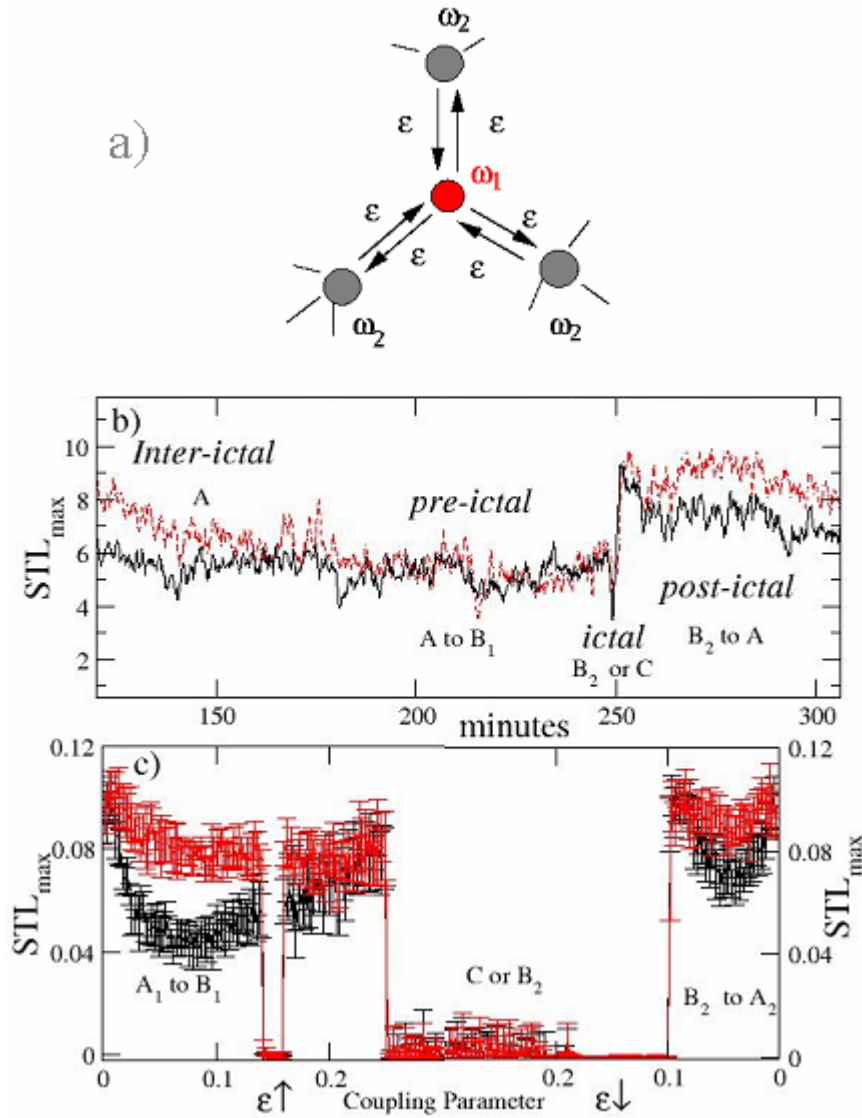


Σχήμα 2. Η σχέση έντασης ρεύματος και δυναμικού σε ένα απλό μη γραμμικό ηλεκτρικό κύκλωμα παρουσιάζει πολλές φορές ταλαντώσεις πάνω σε ένα ένα σχήμα όπως αυτό της εικόνας το οποίο έχει «φράκταλ» δομή και ονομάζεται «παράξενος ελκυστής». Παρόμοια εικόνα παρουσιάζει η λύση εξισώσεων που περιγράφουν την κίνηση θερμής μάζας αέρα πάνω από μια λίμνη! (από άρθρο των I. Κυπριανίδη κ.ά., *Int. J. of Bifurc. and Chaos*, July, 2006).

Αυτή ακριβώς η **ομοιότητα μεταξύ τους** είναι που καθιστά δυνατή τη **μαθηματική ανάλυση και μοντελοποίησή τους** που μας επιτρέπουν να αρχίσουμε να κατανοούμε την πολύπλοκη συμπεριφορά τους. Οι εργασίες που θα δημοσιευθούν στους δύο ειδικούς τόμους του περιοδικού *International Journal of Bifurcation and Chaos* (που ήδη αναφέραμε πιο πάνω) προσφέρουν πολλά παραδείγματα πολύπλοκων συστημάτων που

προκαλούν διεθνές ενδιαφέρον και μελετώνται σήμερα εντατικά. Ας αναφέρουμε ενδεικτικά μερικά από αυτά:

- 1) **Διατηρητικά συστήματα μονο-διάστατων ταλαντωτών** αναδεικνύουν πολλά και διαφορετικά φαινόμενα της Κλασσικής και Στατιστικής Μηχανικής, όπως οι εντοπισμένες ταλαντώσεις που παρατηρούνται σε πολλά πειράματα της Μη Γραμμικής Οπτικής και συστημάτων διάδοσης υπεραγώγιμου ρεύματος. Επί πλέον, η μελέτη της κίνησης μοναχικών κυματικών μορφών στα συστήματα αυτά υποδεικνύει νέους μηχανισμούς αγωγιμότητας ηλεκτρονίων. Άλλοι ερευνητές περιορίζουν την μελέτη τους σε λιγότερους βαθμούς ελευθερίας και μελετούν την επίδραση συντονισμών σε πλανητικά συστήματα και σε κινήσεις ιόντων και κυμάτων σε πλάσμα, ενώ άλλοι χρησιμοποιούν μοντέλα διατηρητικών συστημάτων για να εξηγήσουν φαινόμενα της φασματοσκοπίας μορίων όπως το όζον.
- 2) **Η ηλεκτρική δραστηριότητα εγκεφαλικών λειτουργιών** παρουσιάζει έντονα φαινόμενα συντονισμού νευρώνων που συνδέονται με ασθένειες όπως η Parkinson και η επιληψία και προτείνονται μέθοδοι από-συγχρονισμού που βασίζονται σε μαθηματικά μοντέλα συζευγμένων ταλαντωτών. Επί πλέον, η μαθηματική ανάλυση των πολύπλοκων μαγνητικών πεδίων του εγκεφάλου επιτρέπει τον ακριβή εντοπισμό της ηλεκτρικής δραστηριότητας που προκαλεί τα πεδία αυτά. Παράλληλα αναπτύσσονται νέες υπολογιστικές μέθοδοι νευρωνικών δικτύων που βασίζονται τη θεωρία της μη γραμμικής βελτιστοποίησης.
- 3) **Σημαντικά φαινόμενα συντονισμού** παρατηρούνται επίσης σε πολλά προβλήματα μη γραμμικών ηλεκτρικών κυκλωμάτων αλλά και συστημάτων της Ηλεκτροχημείας. Άλλα πολύπλοκα προβλήματα της Μη Γραμμικής Φυσικής που μελετώνται σήμερα αφορούν σε φαινόμενα ομαδοποίησης σε κολλοειδή υλικά, ταλαντώσεις σε πλέγματα ημιαγωγών, διεγέρσεις πλάσματος και αλληλεπιδράσεις κυμάτων σε οπτικούς κυματοδηγούς. Τέλος προτείνονται νέες υπολογιστικές μέθοδοι για την επίλυση προβλημάτων για τα οποία οι εξελικτικές εξισώσεις είναι άγνωστες και επομένως πρέπει να εξαχθούν με ακρίβεια από τα αριθμητικά και πειραματικά δεδομένα
- 4) **Πολλά προβλήματα της Βιολογίας και της Ιατρικής** αλλά και άλλων επιστημών αναφέρονται σε πολύπλοκα συστήματα, μερικά από τα οποία είναι: Η εξέλιξη πληθυσμών, η μοντελοποίηση και ο έλεγχος επιληπτικών κρίσεων, η χρήση της γεωμετρίας των φράκταλ για την αποθήκευση και συμπίεση πληροφορίας, η εφαρμογή της Μη Γραμμικής Ανάλυσης Χρονοσειρών για τη μελέτη του καρδιακού ρυθμού με σκοπό τη διάγνωση συγκεκριμένων ασθενειών και τέλος η Οικονομική Φυσική (Econophysics), που χρησιμοποιεί ιδέες της Φυσικής για την ανάλυση της πολύπλοκης εξέλιξης της οικονομίας και των οικονομικών αγορών.



Σχήμα 3. Συστήματα ταλαντωτών, βλ. a), μπορούν να χρησιμεύσουν ως μοντέλο για τις ταλαντώσεις εγκεφαλικών νευρώνων πριν και μετά από μια επιληπτική κρίση, βλ. b). Η αλλαγή μιας παραμέτρου σύζευξης, όπως το ϵ , οδηγεί σε περιοχές όπου η συμπεριφορά του δείκτη Lyapunov STL_{max} είναι ανάλογη με εκείνη των νευρώνων (από άρθρο των K. Τσάκαλη και Α. Ιασεμίδη στο *Int. J. of Bifurc. and Chaos*, July, 2006).

Ασφαλώς είναι αδύνατον στις γραμμές ενός μόνο άρθρου να αναφερθούμε σε όλες τις πλευρές της Πολυπλοκότητας και των εφαρμογών της. Για παράδειγμα, δεν είπαμε τίποτε για το πολύ ενδιαφέρον θέμα της υπολογιστικής πολυπλοκότητας αλγορίθμων, ή της μελέτης Πολύπλοκων Δικτύων που διαπραγματεύεται ζητήματα εξαιρετικής σημασίας για τον κλάδο των Επικοινωνιών. Πιστεύω όμως ότι, από όσα ανέφερα, ο αναγνώστης θα πρέπει να έχει τώρα μια σαφέστερη εικόνα για τη θέση της Πολυπλοκότητας ανάμεσα στις σύγχρονες επιστήμες, καθώς και για την συμμετοχή της

Ελλάδας στον διεθνή αυτό στίβο που αναπτύσσεται με γοργούς ρυθμούς, ως μια από τις πλέον σημαντικές προοπτικές του 21^{ου} αιώνα.

Είναι φανερό ότι ο ρόλος των Μαθηματικών είναι καίριος για την επίτευξη προόδου στο σταυροδρόμι αυτό των επιστημών. Πρέπει να είναι όμως εξ ίσου κατανοητό, ότι από μόνα τους τα Μαθηματικά δεν αρκούν. Χρειάζεται και γνώση βασικών εννοιών, καθώς και θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων πολλών άλλων επιστημών. Αξίζει όμως τον κόπο, μια και στο βάθος αυτού του δρόμου υπάρχει το όραμα της διάπλασης νέων που θα είναι **ολοκληρωμένοι επιστήμονες** και όχι απλοί τεχνοκράτες προσηλωμένοι σε κάποια περιορισμένη ειδικότητα. Η Επιστήμη της Πολυπλοκότητας δεν έχει μόνο την δύναμη να επιλύει δύσκολα προβλήματα των εφαρμογών. Υπόσχεται και μια επιστροφή στον **άνθρωπο της Αναγέννησης**, τον επιστήμονα με πολλαπλά ενδιαφέροντα που γοητεύεται από την πολυπλοκότητα της Φύσης και της Ζωής, ώστε να μπορεί να πει όπως ο μέγας Γάλλος Μαθηματικός Henri Poincaré:

"Ο επιστήμονας δεν μελετάει τη φύση επειδή είναι χρήσιμη. Τη μελετάει επειδή τον ενθουσιάζει και τον ενθουσιάζει επειδή είναι όμορφη. Αν η φύση δεν ήταν όμορφη, δεν θα άξιζε να τη γνωρίσουμε και αν δεν άξιζε να τη γνωρίσουμε, δεν θα άξιζε και να τη ζήσουμε."

5. Βιβλιογραφία

1. I. Prigogine and G. Nicolis, "Exploring Complexity", W, H. Freeman, 1989.
2. M. Mitchell Waldrop, "Complexity: The Emerging Science at the Edge of Order and Chaos", Simon & Schuster, New York, 1992.
3. M. Barnsley, "Fractals Everywhere", Academic Press, San Diego, 1987.
4. G. Nicolis, «Introduction to Nonlinear Science», Cambridge University Press, 1995.
5. H. O. Peitgen, H. Jurgens και D. Saupe, «Chaos and Fractals», Springer Verlag, Berlin, 1992.
6. Τ. Μπούντης, «Ο Θαυμαστός Κόσμος των Φράκταλ», Leader Books, Αθήνα, 2004.
7. «Complexity: A Unifying Direction in Science», edited by: T. Bountis, G. Casati and I. Procaccia, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, June and July 2006.