ΈΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ (Ε.Υ.) ΜΕΣΩ Δ.Ε.

Κ. Πετρόπουλος, Στατιστική Συμπερασματολογία ΙΙ

Κ. Πετρόπουλος

Εισαγωγή (Δίπλευρος Έλεγχος)

$X_1, \ldots, X_n$ τυχαίο δείγμα $\sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, $\mu \in R$ άγνωστο και $\sigma > 0$ γνωστό.
Έστω μ_0 γνωστή τιμή.
Με δεδομένα $\underset{\sim}{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ μας ενδιαφέρει να εξετάσουμε κατά πόσο

$$\mu = \mu_0 \quad \text{ή} \quad \mu \neq \mu_0.$$

Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται ως πρόβλημα ελέγχου της υπόθεσης

$$H_0 : \ \mu = \mu_0 \quad \text{κατά} \quad H_1 : \ \mu \neq \mu_0.$$

H_0 : μηδενική υπόθεση , H_1 : εναλλακτική υπόθεση.

Πότε απορρίπτουμε την H_0;

Απορρίπτουμε την H_0, όταν $\mu_0 \notin I = \left(\bar{X} - z_{a/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \ , \ \ \bar{X} + z_{a/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$

Εισαγωγή (Δίπλευρος Έλεγχος)

$$H_0 : \ \mu = \mu_0 \quad \text{κατά} \quad H_1 : \ \mu \neq \mu_0.$$

Σφάλμα τύπου I

Απορρίπτω την H_0, ενώ στην πραγματικότητα η H_0 είναι αληθής.

Σφάλμα τύπου II

Αποδέχομαι την H_0, ενώ στην πραγματικότητα η H_1 είναι αληθής.

- $P(I) = P(\text{Σφάλμα τύπου I}) = a$
- $a \downarrow \Rightarrow P(I) \downarrow$ και $P(II) \uparrow$

Συνήθως το a είναι προκαθορισμένο ($a = 0.05$)

Εισαγωγή (Μονόπλευρος Έλεγχος)

$X_1, \ldots, X_n$ τυχαίο δείγμα $\sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, $\mu \in R$ άγνωστο και $\sigma > 0$ γνωστό.

$$H_0 : \ \mu \leqslant \mu_0 \quad \text{κατά} \quad H_1 : \ \mu > \mu_0.$$

Πότε απορρίπτουμε την H_0;

Απορρίπτουμε την H_0, όταν $\mu_0 < \bar{X} - z_a \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$$H_0 : \ \mu \geqslant \mu_0 \quad \text{κατά} \quad H_1 : \ \mu < \mu_0.$$

Πότε απορρίπτουμε την H_0;

Απορρίπτουμε την H_0, όταν $\mu_0 > \bar{X} + z_a \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Παρατήρηση

$\sup_\mu P(I) = a$ (επίπεδο σημαντικότητας (ε.σ.) του ελέγχου)

Ένας κανονικός πληθυσμός

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ τυχαίο δείγμα $\sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

Ε.Υ. για τη μέση τιμή με ε.σ. a – Διασπορά γνωστή ($z - test$)

$$z = \sqrt{n}\,\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma}$$

			Απόρριψη της H_0
$H_0 : \mu = \mu_0$	$vs.$	$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$\lvert z \rvert > z_{a/2}$
$H_0 : \mu \leqslant \mu_0$	$vs.$	$H_1 : \mu > \mu_0$	$z > z_a$
$H_0 : \mu \geqslant \mu_0$	$vs.$	$H_1 : \mu < \mu_0$	$z < -z_a$

Ε.Υ. για τη μέση τιμή με ε.σ. a – Διασπορά άγνωστη ($t - test$)

$$t = \sqrt{n}\,\frac{\bar{x} - \mu_0}{s}$$

			Απόρριψη της H_0
$H_0 : \mu = \mu_0$	$vs.$	$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$\lvert t \rvert > t_{n-1,a/2}$
$H_0 : \mu \leqslant \mu_0$	$vs.$	$H_1 : \mu > \mu_0$	$t > t_{n-1,a}$
$H_0 : \mu \geqslant \mu_0$	$vs.$	$H_1 : \mu < \mu_0$	$t < -t_{n-1,a}$

Ένας κανονικός πληθυσμός

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ τυχαίο δείγμα $\sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

Ε.Υ. για τη διασπορά με ε.σ. a – μέση τιμή γνωστή ($\mathcal{X}^2$ – *test*)

$$\mathcal{X}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{\sigma_0^2}$$

		Απόρριψη της H_0
$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$	vs. $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\mathcal{X}^2 < \mathcal{X}^2_{n,1-a/2}$ ή $\mathcal{X}^2 > \mathcal{X}^2_{n,a/2}$
$H_0 : \sigma^2 \leqslant \sigma_0^2$	vs. $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$	$\mathcal{X}^2 > \mathcal{X}^2_{n,a}$
$H_0 : \sigma^2 \geqslant \sigma_0^2$	vs. $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$	$\mathcal{X}^2 < \mathcal{X}^2_{n,1-a}$

Ε.Υ. για τη διασπορά με ε.σ. a – μέση τιμή άγνωστη ($\mathcal{X}^2$ – *test*)

$$\mathcal{X}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\sigma_0^2}$$

		Απόρριψη της H_0
$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$	vs. $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\mathcal{X}^2 < \mathcal{X}^2_{n-1,1-a/2}$ ή $\mathcal{X}^2 > \mathcal{X}^2_{n-1,a/2}$
$H_0 : \sigma^2 \leqslant \sigma_0^2$	vs. $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$	$\mathcal{X}^2 > \mathcal{X}^2_{n-1,a}$
$H_0 : \sigma^2 \geqslant \sigma_0^2$	vs. $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$	$\mathcal{X}^2 < \mathcal{X}^2_{n-1,1-a}$

Δύο κανονικοί πληθυσμοί

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ τυχαίο δείγμα $\sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$
$Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$ τυχαίο δείγμα $\sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$.

Ε.Υ. για το $\mu_1 - \mu_2$ με ε.σ. a – Διασπορές γνωστές ($z - test$)

$$z = \frac{\bar{x} - \bar{y} - \mu_0}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n} + \dfrac{\sigma_2^2}{m}}}$$

		Απόρριψη της H_0
$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$	vs. $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$	$\lvert z \rvert > z_{a/2}$
$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leqslant \mu_0$	vs. $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$	$z > z_a$
$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geqslant \mu_0$	vs. $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$	$z < -z_a$

Ε.Υ. για το $\mu_1 - \mu_2$ με ε.σ. a – Διασπορές άγνωστες ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$) ($t - test$)

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y} - \mu_0}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}}$$

		Απόρριψη της H_0
$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$	vs. $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$	$\lvert t \rvert > t_{n+m-2,a/2}$
$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leqslant \mu_0$	vs. $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$	$t > t_{n+m-2,a}$
$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geqslant \mu_0$	vs. $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$	$t < -t_{n+m-2,a}$

Δύο κανονικοί πληθυσμοί

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ τυχαίο δείγμα $\sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$
$Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$ τυχαίο δείγμα $\sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$.

Ε.Υ. για το σ_1^2/σ_2^2 με ε.σ. a – Μέσες τιμές γνωστές ($F - test$)

$$F = \frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2}$$

	Απόρριψη της H_0
$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \delta_0 \quad vs. \quad H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq \delta_0$	$F < F_{n,m,1-a/2}\ \delta_0$ ή $F > F_{n,m,a/2}\ \delta_0$
$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leqslant \delta_0 \quad vs. \quad H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > \delta_0$	$F > F_{n,m,a}\ \delta_0$
$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \geqslant \delta_0 \quad vs. \quad H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \delta_0$	$F < F_{n,m,1-a}\ \delta_0$

Ε.Υ. για το σ_1^2/σ_2^2 με ε.σ. a – Μέσες τιμές άγνωστες ($F - test$)

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

	Απόρριψη της H_0
$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \delta_0 \quad vs. \quad H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq \delta_0$	$F < F_{n-1,m-1,1-a/2}\ \delta_0$ ή $F > F_{n-1,m-1,a/2}\ \delta_0$
$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leqslant \delta_0 \quad vs. \quad H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > \delta_0$	$F > F_{n-1,m-1,a}\ \delta_0$
$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \geqslant \delta_0 \quad vs. \quad H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \delta_0$	$F < F_{n-1,m-1,1-a}\ \delta_0$

Ασυμπτωτικοί Έλεγχοι Υποθέσεων (Α.Ε.Υ.) – Ένας πληθυσμός

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ τυχαίο δείγμα από **άγνωστη** κατανομή, με $EX = \mu$.

Α.Ε.Υ. για την μέση τιμή με ε.σ. a ($z - test$)

$$z = \sqrt{n}\,\frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}}$$

			Απόρριψη της H_0
$H_0 : \mu = \mu_0$	vs.	$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$\lvert z \rvert > z_{a/2}$
$H_0 : \mu \leqslant \mu_0$	vs.	$H_1 : \mu > \mu_0$	$z > z_a$
$H_0 : \mu \geqslant \mu_0$	vs.	$H_1 : \mu < \mu_0$	$z < -z_a$

Εφαρμογή: Α.Ε.Υ. για το ποσοστό με ε.σ. a ($z - test$)

$$z = \sqrt{n}\,\frac{\bar{x} - p_0}{\sqrt{\bar{x}(1 - \bar{x})}}$$

			Απόρριψη της H_0
$H_0 : p = p_0$	vs.	$H_1 : p \neq p_0$	$\lvert z \rvert > z_{a/2}$
$H_0 : p \leqslant p_0$	vs.	$H_1 : p > p_0$	$z > z_a$
$H_0 : p \geqslant p_0$	vs.	$H_1 : p < p_0$	$z < -z_a$

Ασυμπτωτικοί Έλεγχοι Υποθέσεων (Α.Ε.Υ.) – Δύο πληθυσμοί

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ τυχαίο δείγμα από **άγνωστη** κατανομή με $EX = \mu_1$.
$Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$ τυχαίο δείγμα από **άγνωστη** κατανομή με $EY = \mu_2$.

Α.Ε.Υ. για το $\mu_1 - \mu_2$ με ε.σ. a ($z - test$)

$$z = \frac{\bar{x} - \bar{y} - \mu_0}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{m}}}$$

			Απόρριψη της H_0
$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$	vs.	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$	$\lvert z \rvert > z_{a/2}$
$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leqslant \mu_0$	vs.	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$	$z > z_a$
$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geqslant \mu_0$	vs.	$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$	$z < -z_a$

Εφαρμογή: Α.Ε.Υ. για τη διαφορά των ποσοστών με ε.σ. a ($z - test$)

$$z = \frac{\bar{x} - \bar{y} - p_0}{\sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n} + \frac{\bar{y}(1-\bar{y})}{m}}}$$

			Απόρριψη της H_0
$H_0 : p_1 - p_2 = p_0$	vs.	$H_1 : p_1 - p_2 \neq p_0$	$\lvert z \rvert > z_{a/2}$
$H_0 : p_1 - p_2 \leqslant p_0$	vs.	$H_1 : p_1 - p_2 > p_0$	$z > z_a$
$H_0 : p_1 - p_2 \geqslant p_0$	vs.	$H_1 : p_1 - p_2 < p_0$	$z < -z_a$

Ασκήσεις

Άσκηση 1

X : μετράει το ποσό του καφέ με το οποίο η μηχανή γεμίζει κουτί με καθαρό βάρος 1 κιλού,

$$X_1, \ldots, X_{25} \text{ τυχαίο δείγμα } \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$$

$$H_0 : \mu = 1 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 1$$

$$\bar{X} = 1.014 \;, \quad \sigma = 0.02 \;, \quad n = 25 \;, \quad a = 0.05 \;, \quad z_{0.025} = 1.96$$

$z = \sqrt{n}\,\dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} = 3.5$, $|z| > z_{0.025} \Rightarrow$ απορρίπτω την H_0, δηλ. η μηχανή δεν λειτουργεί σωστά.

Άσκηση 2

X : μετράει τον χρόνο ζωής των αρρένων κατοίκων της Πάτρας.

$$X_1, \ldots, X_{200} \text{ τυχαίο δείγμα } \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$$

$$H_0 : \mu = 71 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 71$$

$$\bar{X} = \frac{13959.6}{200} = 69.8 \ , \quad s^2 = 14.36 \ , \quad n = 200 \ , \quad a = 0.05 \ ,$$

$$t_{199,0.25} = 1.96 = z_{0.025}$$

$t = \sqrt{n}\,\dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s} = 4.44$, $|t| > t_{199,0.025} \Rightarrow$ απορρίπτω την H_0, δηλ. ο μέσος χρόνος ζωής δεν είναι τα 71 χρόνια.

Άσκηση 3

X : μετράει την απόσταση, που χρειάζεται για να σταματήσει ένα αυτοκίνητο που κινείται με ταχύτητα $30km$.

$$X_1, \ldots, X_{100} \text{ τυχαίο δείγμα}$$

$$H_0 : \mu \geqslant 6 \quad vs. \quad H_1 : \mu < 6$$

$$\bar{X} = 6.8\ , \quad s = 1\ , \quad n = 100\ , \quad a = 0.01\ , \quad z_{0.01} = 2.33$$

$z = \sqrt{n}\,\dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}} = 8$, $z > -z_{0.01} \Rightarrow$ δεν απορρίπτω την H_0, δηλ. η μέση απόσταση, που χρειάζεται για να σταματήσει ένα αυτοκίνητο που κινείται με ταχύτητα $30km$, είναι τουλάχιστον $6m$.

Άσκηση 4

X : μετράει αν είναι ελαττωματική η συσκευή από τον Α.
Y : μετράει αν είναι ελαττωματική η συσκευή από τον Β.

$$X_1, \ldots, X_{120} \text{ τυχαίο δείγμα } \sim \mathcal{B}(1, p_1)$$

$$Y_1, \ldots, Y_{80} \text{ τυχαίο δείγμα } \sim \mathcal{B}(1, p_2)$$

$$H_0 : p_1 \leqslant p_2 \quad vs. \quad H_1 : p_1 > p_2$$

$$\bar{x} = \frac{6}{120}\ , \quad \bar{y} = \frac{5}{80}\ , \quad a = 0.01\ , \quad z_{0.01} = 2.33$$

$z = \dfrac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\dfrac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n} + \dfrac{\bar{y}(1-\bar{y})}{m}}} = -0.37$, $z > -z_{0.01} \Rightarrow$ δεν απορρίπτω την H_0, δηλ. ο βιοτέχνης δεν πρέπει να διακόψει από τον Α.

Ασκήσεις

Άσκηση 5

$D = X - Y$: μετράει τη διαφορά σε ώρες ύπνου.

$$D_i: \ 1.2 \ \ 2.4 \ \ 1.3 \ \ 1.3 \ \ 0.0 \ \ 1.0 \ \ 1.8 \ \ 1.2 \ \ 4.6 \ \ 1.4$$

$$D_1, \ldots, D_{10} \text{ τυχαίο δείγμα}$$

$$H_0 : \mu_d \leqslant 0 \quad vs. \quad H_1 : \mu_d > 0$$

$$\bar{d} = 1.62 \ , \quad s_d^2 = 1.46 \ , \quad n = 10 \ , \quad a = 0.01 \ , \quad z_{0.01} = 2.33$$

$z = \sqrt{n}\,\dfrac{\bar{d} - 0}{\sigma_d} = 4.23$, $z > z_{0.01} \Rightarrow$ απορρίπτω την H_0, δηλ. το φάρμακο Α είναι πιο αποτελεσματικό.

Άσκηση 6

X : μετράει την πίεση του συστήματος χρησιμοποιώντας το Α.
Y : μετράει την πίεση του συστήματος χρησιμοποιώντας το Β.

$$X_1, \ldots, X_{10} \text{ τυχαίο δείγμα } \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$$

$$Y_1, \ldots, Y_8 \text{ τυχαίο δείγμα } \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$$

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad vs. \quad H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$s_1^2 = 1.25\ , \quad s_2^2 = 0.28\ , \quad a = 0.1\ ,$$

$$F_{9,7,0.05} = 3.68 \;\; F_{9,7,0.95} = \frac{1}{F_{7,9,0.05}} = \frac{1}{3.29} = 0.30$$

$F = \dfrac{s_1^2}{s_2^2} = 4.46$, $F > F_{9,7,0.05} \Rightarrow$ απορρίπτω την H_0, δηλ. υπάρχει ποιοτική διαφορά.

Ασκήσεις

Άσκηση 7

X : μετράει αν έχει επιτυχία το Α.
Y : μετράει αν έχει επιτυχία το Β.

$$X_1, \ldots, X_{30} \text{ τυχαίο δείγμα } \sim \mathcal{B}(1, p_1)$$

$$Y_1, \ldots, Y_{100} \text{ τυχαίο δείγμα } \sim \mathcal{B}(1, p_2)$$

$$H_0 : p_1 \geqslant p_2 \quad vs. \quad H_1 : p_1 < p_2$$

$$\bar{x} = 0.7 \ , \quad \bar{y} = 0.8 \ , \quad a = 0.05 \ , \quad z_{0.05} = 1.645$$

$z = \dfrac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\dfrac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n} + \dfrac{\bar{y}(1-\bar{y})}{m}}} = -1.07$, $z > -z_{0.05} \Rightarrow$ δεν απορρίπτω την H_0, δηλ. το μεγαλύτερο φροντιστήριο δεν είναι καλύτερο από το μικρό.

Άσκηση 8

X : μετράει αν χρησιμοποιούνται οι τηλεοράσεις του εργοστασίου.

$$X_1, \ldots, X_{700} \text{ τυχαίο δείγμα } \sim \mathcal{B}(1, p)$$

$$H_0 : p = 0.6 \quad vs. \quad H_1 : p \neq 0.6$$

$$\bar{x} = \frac{400}{700} = 0.57\ , \quad a = 0.05\ , \quad z_{0.025} = 1.96$$

$z = \dfrac{\bar{x} - p_0}{\sqrt{\dfrac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}}} = -1.6$, $|z| < z_{0.025} \Rightarrow$ δεν απορρίπτω την H_0, δηλ. ισχύει ο ισχυρισμός.

Άσκηση 10

X : μετράει μετράει την τιμή πώλησης στην Πάτρα.
Y : μετράει μετράει την τιμή πώλησης στην Αθήνα.

$$X_1, \ldots, X_{10} \text{ τυχαίο δείγμα } \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$$

$$Y_1, \ldots, Y_{20} \text{ τυχαίο δείγμα } \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$$

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad vs. \quad H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$s_1^2 = 8.77 \ , \quad s_2^2 = 12.99 \ , \quad a = 0.05 \ ,$$

$$F_{9,19,0.025} = 2.89 \quad F_{9,19,0.975} = \frac{1}{F_{9,19,0.025}} = \frac{1}{3.68} = 0.27$$

$F = \dfrac{s_1^2}{s_2^2} = 4.46$, $F_{9,19,0.025} < F < F_{9,19,0.975} \Rightarrow$ αποδέχομαι την H_0, δηλ. έχω ισότητα διασπορών.

Ασκήσεις

Άσκηση 10

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad vs. \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$\bar{x} = 100.9\ , \quad \bar{y} = 104.45\ , \quad s_p^2 = \frac{(n-1)s_1^2 + (m-1)s_2^2}{n+m-2} = 11.64\ ,$$

$$a = 0.05\ , \quad t_{28,0.025} = 2.048$$

$t = \dfrac{\bar{x} - \bar{y} - \mu_0}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}} = -2.68,\ |t| > t_{28,0.025} \Rightarrow$ απορρίπτω την H_0, δηλ. υπάρχει σημαντική διαφορά.

Ασκήσεις

Άσκηση 10

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geqslant 0 \quad vs. \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0$$

$$\bar{x} = 100.9 \ , \quad \bar{y} = 104.45 \ , \quad s_p^2 = \frac{(n-1)s_1^2 + (m-1)s_2^2}{n+m-2} = 11.64 \ ,$$

$$a = 0.05 \ , \quad t_{28,0.05} = 1.701$$

$t = \dfrac{\bar{x} - \bar{y} - \mu_0}{S_p \sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}} = -2.68$, $t < -t_{28,0.05} \Rightarrow$ απορρίπτω την H_0, δηλ. το προϊόν πωλείται πιο ακριβά στην Αθήνα.