

A.E.M.Δ.Ε. - Εργαστηριακή Άσκηση 3ης Εβδομάδος
Παρασκευή, 10 Μαρτίου 2006

Εργαστήριο 5ο:(Σχήμα Douglas)

Να δοθεί ο γενικός τύπος της εξίσωσης του σχήματος Douglas και να παραχθεί με τη βοήθεια του ο τύπος του τοπικού σφάλματος αποκοπής.

Πιο συγκεκριμένα: Δείξτε ότι η εξίσωση του σχήματος Douglas (που συνδέει τις αριθμητικές τιμές της λύσεως του κλασσικού Δ.Σ. (5) στο επόμενο επίπεδο συναρτήσει των τιμών της αριθμητικής λύσεως στο προηγούμενο επίπεδο) είναι:

$$(1) \quad \left(r + \frac{5}{6} \right) u_{\mu}^{\lambda+1} - \frac{1}{2} \left(r - \frac{1}{6} \right) (u_{\mu+1}^{\lambda+1} + u_{\mu-1}^{\lambda+1}) = \left(\frac{5}{6} - r \right) u_{\mu}^{\lambda} + \frac{1}{2} \left(r + \frac{1}{6} \right) (u_{\mu+1}^{\lambda} + u_{\mu-1}^{\lambda}).$$

Τέλος, δείξτε ότι το τοπικό σφάλμα αποκοπής του (1) είναι τάξεως $\mathcal{O}(h^3 + \kappa h^4)$, όπου h και κ είναι τα πλάτη του δικτυωτού προς την χωρική και χρονική αντίστοιχα διάσταση.

Εργαστήριο 6ο:(Θεμελιώδη Ιδιότητα των Πεπερασμένων Στοιχείων)

Στο A.E.M.Δ.Ε. 1 και στο βήμα 3 της διαδικασίας των Πεπερασμένων Στοιχείων (Π.Σ.) δόθηκε η καταληκτική σχέση (41):

$$(2) \quad I = \frac{1}{2} \bar{u}^T A \bar{u} + \bar{\beta}^T \bar{u} + \gamma,$$

στην οποία πρέπει να ευρεθεί το ακρότατό της, που στην ουσία αποτελεί τον μηχανισμό προσδιορισμού της αριθμητικής λύσεως \bar{u} (η οποία καθιστά την (2) ακρότατη).

Εκεί δηλώθηκε ότι η συνθήκη για το ακρότατο της (2) είναι η ισχύς του (γραμμικού συστήματος):

$$(3) \quad A \bar{u} + \bar{\beta} = 0,$$

που αποτελεί το γραμμικό σύστημα εύρεσης της προσεγγιστικής λύσεως. **Δείξτε ότι η ισχύς της (3) καθιστά το (2) ακρότατο.**