

Αριθμητική Ανάλυση II - Εργαστηριακή Άσκηση 9ης Εβδομάδος

Συναρτήσεις Splines

Τρίτη, 19 Απριλίου 2005

Εργαστήριο 17ο:

Έστω $f(x) = \frac{1}{1+x^2} \mid 0 \leq x \leq 1$ και ας θεωρήσουμε τα 6 σημεία $x_0 = 0, x_1 = 0.2, x_2 = 0.4, x_3 = 0.6, x_4 = 0.8,$ και $x_5 = 1.0$, και τις συνοριακές συνθήκες: $M_0 = M_5 = 0$ (προφανώς έχουν υποτεθεί οι συνθήκες ταύτισης: $F(x_k) = f(x) \mid x = x_k, k = 0, 1, \dots, 5$). Να υπολογιστούν το πολυώνυμο $P_5(x)$ Lagrange που διέρχεται από τα παραπάνω 6 σημεία μαζί με την αντίστοιχη κυβική spline που ικανοποιεί και τις συνοριακές συνθήκες που δόθηκαν. Στη συνέχεια δώσατε το διάγραμμα της συνάρτησης σφάλματος $E_1(x) = P_5(x) - f(x)$, και συγκρίνατε το με το διάγραμμα του αντιστοίχου σφάλματος της Spline $E_2(x) = F(x) - f(x)$ και συγκρίνατέ τα ως προς την ομαλότητα (smoothness) της απόκλισης. Τέλος, εύρατε τις τιμές της παραγώγου της $F(x)$ στα ενδιάμεσα σημεία.

Εργαστήριο 18ο:

Για το παράδειγμα του προηγούμενου εργαστηρίου, αλλά στο διάστημα $[-5,5]$, θεωρήσατε την κυβική spline $F(x)$ που διέρχεται από τα σημεία ταύτισης πάχους $h = 5/10$ και με τις ίδιες συνοριακές συνθήκες $M_0 = M_{21} = 0$. Προσδιορίσατε το αντίστοιχο παρεμβολικό πολυώνυμο $P_{20}(x)$ και δώσατε τα διαγράμματα των $f(x), F(x)$ και $P_{20}(x)$. Τι συμπέρασμα συνάγεται ως προς την ομαλότητα (smoothness) της προσέγγισης;

Προαιρετική Άσκηση:

Στα παρακάτω 11 σημεία προσέγγισης:

x_k	0	14	27	33	41	48	62	74	89	99	114
$f(x_k)$	16	19	36	48	53	90	119	120	96	114	36

έχει υπολογιστεί το $P_{10}(x)$, μαζί με την γραφική του παράσταση. Επίσης, να υπολογιστεί η cubic spline που διέρχεται από αυτά και πληρεί τις συνθήκες $f''(0) = M_0 = 0$ και $f''(114) = M_{114} = 0$ για την οποία ομοίως να δοθεί η γραφική παράσταση (αποδίδεται με τη διεκεκομένη γραμμή του σχήματος αριστερά).

