

Αριθμητική Ανάλυση II - Εργαστηριακή Άσκηση 10ης Εβδομάδος
Αριθμητική Διαφόριση
11 Μαΐου 2005

Εργαστήριο 19ο:

Δίδεται ο παρακάτω πίνακας παρατηρήσεων (τιμών της συνάρτησης $\varphi(x) = \sinh x$):

x_k	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
φ_k	1.5095	1.6984	1.9043	2.1293	2.3756

Με τη βοήθεια των τύπων 1,2,3 και 4 του πίνακα της σελίδας 216 του βιβλίου σας (τύποι αριθμητικής διαφόρισης) υπολογίσατε τις παραγώγους $\varphi'(1.4)$ και $\varphi''(1.4)$ και συγκρίνατε τις τιμές τους με τις ακριβείς τιμές $\varphi'(1.4) = \cosh(1.4) = 2.1509$ και $\varphi''(1.4) = \sinh(1.4) = 1.9043$ (4 δ.ψ.). Τέλος εύρατε τις τιμές των $\varphi'''(1.4)$ και $\varphi''''(1.4)$.

(Υπόδειξη: Αξιοποιήσατε την άσκηση 1 σελ. 220 του βιβλίου σας για τους σχετικούς τύπους των παραγώγων).

Εργαστήριο 20ο:

Δίδεται ο παρακάτω πίνακας παρατηρήσεων (τιμών της συνάρτησης $\varphi(x) = \sinh x$):

x_k	0.398	0.399	0.400	0.401	0.402
φ_k	0.408591	0.409671	0.410752	0.411834	0.412915

Με τη βοήθεια του τύπου

$$\varphi'(x_k) = \frac{\varphi(x_k + h) - \varphi(x_k - h)}{2h},$$

εύρατε τις τιμές της $\varphi'(0.400)$ με $h = 0.001$ και $h = 0.002$. Ποιά από τις δύο είναι ακριβέστερη προς την πραγματική: $\varphi'(0.4) = \cosh(0.4) = 1.081072$; **Ερμηνεύσατε γιατί.**