

Αριθμητική Ανάλυση II - Εργαστηριακή Άσκηση 12ης Εβδομάδος
Ολοκλήρωση κατά Gauss
25 Μαΐου 2005

Εργαστήριο 23ο:

Να προσδιοριστούν τα σημεία ολοκλήρωσης x_1 , x_2 και x_3 καθώς και τα αντίστοιχα βάρη w_1 , w_2 και w_3 , έτσι ώστε ο τύπος (κανόνας) αριθμητικής ολοκλήρωσης:

$$\int_{-1}^1 \varphi(x) dx = w_1 \varphi(x_1) + w_2 \varphi(x_2) + w_3 \varphi(x_3)$$

να είναι ακριβής μέχρι και πολυώνυμα 5ου βαθμού.

(**Παρατήρηση:** Συγκρίνατε τα αποτελέσματα με τον τύπο των 3 σημείων της ολοκλήρωσης **Gauss-Legendre** – Βλέπε παράρτημα Ε του βιβλίου σου, σελ. 402.)

Εργαστήριο 24ο:

Να προσδιοριστούν τα σημεία ολοκλήρωσης x_1 , x_2 και x_3 καθώς και το βάρος w , έτσι ώστε ο κανόνας ολοκλήρωσης:

$$\int_{-1}^1 \varphi(x) dx = w[\varphi(x_1) + \varphi(x_2) + \varphi(x_3)]$$

να είναι ακριβής για όσο το δυνατόν υψηλότερου βαθμού πολυώνυμα (**Τύπος Chebyshev**).

Προαιρετική Άσκηση:

Ο κανόνας (τύπος) ολοκλήρωσης (Chebyshev):

$$\int_{-1}^1 \varphi(x) dx = \frac{2}{\nu} \sum_{k=1}^{\nu} \varphi(x_k)$$

δείξτε ότι είναι ακριβής μέχρι και πολυώνυμα ν -στού βαθμού. Έχει ενδιαφέρον να διερευνηθεί η περίπτωση του $\nu = 8$ γιατί σε αυτή τη περίπτωση φαίνεται ότι το σύστημα δεν έχει πραγματική λύση. Προτείνεται με χρήση με κάποιου πακέτου να επαληθευτεί αυτή η εικασία.