

Αριθμητική Ανάλυση II - Εργαστηριακή Άσκηση 3ης Εβδομάδος  
Άμεσοι Μέθοδοι Επίλυσης Γραμμικών Συστημάτων (Γ.Σ.)

**Απαλοιφή Gauss και Παραλλαγές**

Τρίτη, 09 Μαρτίου 2005

---

**Εργαστήριο 5ο:**

Να λυθεί το σύστημα:

$$\begin{aligned} 10x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 15 \\ 2x_1 - x_2 + 9x_3 - 7x_4 &= 3 \\ -3x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 19x_4 &= 17 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 21x_4 &= -13 \end{aligned}$$

- α. Με απαλοιφή Gauss.
- β. Με χρήση πινάκων μετασχηματισμού.
- γ. Με παραγοντοποίηση.
- δ. Με αντιστροφή του πίνακα των συντελεστών των αγνώστων.
- ε. Με μερική οδήγηση
- στ. (Προαιρετικό) Με Gauss-Jordan.

Στους 4 παραπάνω τρόπους να υπολογισθεί το πλήθος των πράξεων που απαιτούνται (για κάθε τρόπο), για την εύρεση της λύσεως του γενικού συστήματος  $n \times n$ .

**Εργαστήριο 6ο:**

Διερευνήσατε εάν τα συστήματα (συμμετρικό και μη):

$$(1) \begin{bmatrix} 5 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{bmatrix} \bar{x} = \begin{bmatrix} 23 \\ 32 \\ 33 \\ 31 \end{bmatrix}, \quad (2) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 4 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix},$$

λύνονται με παραγοντοποίηση. Εάν όχι, εφαρμόσατε κατάλληλη μετατροπή ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος, και να ευρεθεί η λύση του συστήματος στην συνέχεια. (Στο (1) με Choleskii.)

Τέλος, στο (2) επαληθεύσατε ότι τα **οδηγά στοιχεία**  $a_{kk}$ , της απαλοιφής προσδιορίζονται από τις σχέσεις:

$$(3) \quad a_{kk} = \frac{|A_k|}{|A_{k-1}|}, \quad k = 1, 2, \dots, \nu,$$

όπου  $|A_0| = 1$  και  $|A_k|$  η κύρια υποορίζουσα της τελικής μορφής του πίνακα των συντελεστών.

**Προαιρετικό:** Αποδείξατε τις σχέσεις (3).