Αριθμητική Ανάλυση ΙΙ - Εργαστηριακή Άσκηση 5ης Εβδομάδος

Ευαίσθητα Γραμμικά Συτήματα - Συντελεστής Αστάθειας

Τρίτη, 23 Μαρτίου 2005

Εργαστήριο 9ο:

Να ευρεθεί η λύση του ακολούθου συστήματος με ακρίβεια 5 δεκαδικών ψηφίων (βλέπε και Παράδειγμα-Εφαρμογή στη σελ.118 του βιβλίου σας, του οποίου αποτελεί γενίκευση, καθώς επίσης να επιβεβαιώσετε την τιμή του βέλτιστου ω από τον πίνακα της σελίδας 127, για M=5) :

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc|cccc|cccc}
4 & -1 & & & -1 & & & & & & & & & & & \\
-1 & 4 & -1 & & & -1 & & & & & & & & & & \\
 & -1 & 4 & -1 & & & -1 & & & & & & & & & \\
 & & -1 & 4 & & & & -1 & & & & & & & & \\
\hline
-1 & & & & 4 & -1 & & & -1 & & & & & & & \\
 & -1 & & & -1 & 4 & -1 & & & -1 & & & & & & \\
 & & -1 & & & -1 & 4 & -1 & & & -1 & & & & & \\
 & & & -1 & & & -1 & 4 & & & & -1 & & & & \\
\hline
 & & & & -1 & & & & 4 & -1 & & & -1 & & & \\
 & & & & & -1 & & & -1 & 4 & -1 & & & -1 & & \\
 & & & & & & -1 & & & -1 & 4 & -1 & & & -1 & \\
 & & & & & & & -1 & & & -1 & 4 & & & & -1 \\
\hline
 & & & & & & & & -1 & & & & 4 & -1 & & \\
 & & & & & & & & & -1 & & & -1 & 4 & -1 & \\
 & & & & & & & & & & -1 & & & -1 & 4 & -1 \\
 & & & & & & & & & & & -1 & & & -1 & 4
\end{array}\right] \cdot \bar{u} = \left[\begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{array}\right]$$

με τις μεθόδους:

α. Jacobi,

β. Gauss-Seidel,

γ. Overrelaxation ($\omega = 1.25962$),

δ. Με παραγοντοποίηση Choleskii (αφού είναι συμμετρικό), και

ε. Με κλασσική απαλοιφή Gauss.

Τέλος, ποιά είναι κατά τη γνώμη σας, η βέλτιστη;

Εργαστήριο 10ο:

Δείξτε ότι ο αντίστροφος πίνακας του A είναι ο B:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 10^2 \\ 1 & 10^2 & 10^4 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = B = \frac{1}{8910} \begin{bmatrix} 10^4 & -1100 & 10 \\ -1100 & 11111 & -11 \\ 10 & -11 & 1 \end{bmatrix}$$

Στη συνέχεια, υπολογίσατε τον $cond(A)$. Ποια είναι η κατάσταση του A; Τέλος, εύρατε τον πίνακα D:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & & \\ & \frac{1}{111} & \\ & & \frac{1}{10101} \end{bmatrix}, \quad \text{με} \quad D_{ii}^{-1} = \sum_{j=1}^{3} |a_{ij}|,$$

και εύρατε τον $cond(DA)$. Ποιά είναι τώρα η κατάσταση του πίνακα DA;