ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

UNIVERSITY OF PATRAS

DEPARTMENT OF MATHEMATICS

Ειδική Επιστημονική Εργασία

Η μη αντιστρεπτότητα του χρόνου

Παναγιώτης Γεωργακόπουλος

Επιβλέπων καθηγητής : Αντώνιος Στρέκλας

ΠΑΤΡΑ 2006

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα i

Κεφάλαιο 1. Ο χρόνος στους Έλληνες φιλοσόφους 1

Κεφάλαιο 2. Η αντίληψη του χρόνου στη σύγχρονη φυσική 10
2.1 Νευτώνειος χωροχρόνος 14
2.2 Γραμμικός χρόνος 17
2.3 Εξισώσεις Maxwell 26
2.4 Επαναφορά του Poincare 27
2.5 Μερικά προβλήματα με τους μετασχηματισμούς 27
2.6 Σχετικότητα 28
2.7 Κβαντική θεωρία 30

Κεφάλαιο 3. Συμμετρίες και νόμοι διατήρησης στην κλασική και κβαντική μηχανική 31
3.1 Διατήρηση της ενέργειας σε ένα σύστημα και συμμετρία μεταφοράς χρόνου 31
3.2 Αντιστροφή του χώρου 32
3.3 Η Συζυγία φορτίου C 34
3.4 Συμμετρία CP 35
3.5 Αντιστροφή του χρόνου T 35
3.6 Θεώρημα CPT 36

Κεφάλαιο 4. Ο χρόνος στη θερμοδυναμική και στην κλασική μηχανική 39
4.1 Κλασική μηχανική 39
4.2. Η θεωρία του Boltzmann 43
4.3 Σχόλια 50
4.4 Σύνολο (ensemble) ελέυθερων σωματίων 52

Κεφάλαιο 5. Οι απόψεις του Prigogine 61
5.1 Κλασική μηχανική Prigogine 61
5.2 Η απεικόνιση Bernoulli 71
5.3 Η απεικόνιση του αρτοποιού 80

Κεφάλαιο 6. Χρονική ασυμμετρία και κβαντομηχανική 90
6.1 Χώρος Hilbert 90
6.2 Προβολικός τελεστής και ιστορικό 99
6.3 Μαθηματικά απαραίτητα για την εισαγωγή των ημιομάδων και την ασύμμετρη θεωρία του χρόνου. 102

6.4 Μη αντιστρεψιμότητα στα ανοικτά κβαντικά συστήματα.....107
6.5 Ο Prigogine για την κβαντική θεωρία.....114

Κεφάλαιο 7. Σχετικότητα.....117
7.1 Ο χρόνος και τα παράδοξά του στη σχετικότητα.....117
7.2 Πείραμα Albert Michelson και Edward Morley 119
7.3 Κοσμολογικό βέλος του χρόνου 121
7.4 Η αντίδραση Belousov-Zhabotinsky.....123

Συμπεράσματα.....126

Βιβλιογραφία 131

Κεφάλαιο 1.

Ο χρόνος στους Έλληνες φιλοσόφους

Οι μεγάλες κατακτήσεις της σύγχρονης φυσικής επιστήμης, η μηχανική του Νεύτωνα, η σχετικότητα του Αϊνστάιν, και η κβαντική μηχανική των Heisenberg και Schrodinger λειτουργούν εξίσου καλά και όταν ο χρόνος τρέχει αντίστροφα.

Όπως προκύπτει από τις διάφορες εξισώσεις κίνησης, στο χώρο δεν εμφανίζονται χαρακτηριστικά προτιμώμενης κατεύθυνσης. Αντιθέτως ομως, ο χρόνος έχει μια, ταξιδεύει εμπρός σαν βέλος. Η φράση "το βέλος του χρόνου" την ανέφερε πρώτος ο αστροφυσικός Arthur Eddington το 1927.

Η μονοσήμαντη φορά του χρόνου μας δίνει την αίσθηση της προσωρινότητας όπως με μοναδικό τρόπο την εκφράζει ο Προύστ στο "A la recherché du temps perdu" "Αναζητώντας τον χαμένο χρόνο". "Άδραξε τη μέρα" γράφουν οι ποιητές, "Carpe diem" γιατί ο χρόνος συνεχίζει, περνά χωρίς αντιστροφή και αν δεν προλάβεις θα χάσεις. Ο θάνατος άλλωστε είναι η πιο απτή μαρτυρία για την ροή του χρόνου.

Το περιβάλλον όμως πολλές φορές ξεγελά. Οι εποχές, τα ηλιοστάσια, η μέρα και η νύχτα, οι περιφορές των ουράνιων σωμάτων δηλαδή, τα αμέσως αντιληπτά έξω από τον άνθρωπο και αρκετά μακριά, κάνουν περιοδικές κινήσεις και οι πρωτόγονες κοινωνίες εύκολα θεωρούσαν το χρόνο κυκλικό.

Οι Μάγια της Κεντρικής Αμερικής πίστευαν ότι η ιστορία επαναλαμβάνεται κάθε 260 χρόνια. Αυτή ήταν η Λαμάτ και ήταν στοιχείο του ημερολογίου τους. Οι λαοί της Κεντρικής Αμερικής επίσης πίστευαν σε κυκλικές καταστροφές. Ίσως οι παγκόσμιες έλξεις όταν οι πλανήτες ευθυγραμμίζονται ή η περιοδικότητα των κηλίδων του Ήλιου να βοηθούσαν σ' αυτό.

Στην αρχαία Ελληνική κοσμολογική σκέψη η κυκλική πορεία του χρόνου απαντάται συχνά. Στα Φυσικά του ο Αριστοτέλης παρατηρούσε ότι υπάρχει ένας κύκλος σ' όλα τα πράγματα που έχουν φυσική κίνηση, γεννιούνται και παρέρχονται. Αυτό συμβαίνει επειδή όλα τα πράγματα διακρίνονται από το χρόνο και αρχίζουν και λήγουν σαν να ταιριάζουν μ' ένα κύκλο. Γιατί ακόμα και ο ίδιος ο χρόνος θεωρείται ότι είναι ένας κύκλος.

Οι Στωικοί πίστευαν πως όταν οι πλανήτες θα επέστρεφαν στις ίδιες σχετικές θέσεις στις οποίες βρίσκονταν όταν άρχισε ο χρόνος τότε το σύμπαν θα ανανεωνόταν ξανά και ξανά.

Ο Νεμέσιος επίσκοπος της Εμέσης της Συρίας παρατηρούσε τον 4^{ο} μ.Χ. αιώνα:

"Ο Σωκράτης και ο Πλάτων αλλά και κάθε άνθρωπος θα ζήσει ξανά με τους ίδιους φίλους και συμπολίτες, θα ζήσουν τις ίδιες εμπειρίες και θα έχουν τις ίδιες δραστηριότητες και αυτό θα γίνεται σ' όλο το κόσμο ξανά και ξανά χωρίς τέλος."

Η ιδέα της αέναης επανόδου έμελλε να εμφανιστεί ξανά σε σύγχρονη μαθηματική μορφή ως η "επαναφορά του Poincare" η οποία ονομάστηκε έτσι για τον Henri Poincare, έναν από τους πιο εξέχοντες μαθηματικούς του κόσμου στην αρχή του 20^{ου} αιώνα.

Η προσκόλληση στην κυκλικότητα του χρόνου έδινε περισσότερη ασφάλεια στους ανθρώπους ενώ η μονόδρομη ροή συνεπάγονταν αστάθεια, αλλαγή όπως καταδεικνύει και ο Mircea Eliade στο μύθο της Αιώνιας Επιστροφής.

Στον Ηράκλειτο εξάλλου έχουμε διαφορετική αντιμετώπιση με αποφθέγματα όπως "τα πάντα ρει" ή "δεν μπορείς να περάσεις τον ίδιο ποταμό 2 φορές" ή "ο χρόνος είναι ένα παιδί που παίζει πεσσούς" που δείχνουν ότι είχε σαφή προτίμηση στη μονόδρομη ροή του χρόνου.

Οι Παρμενίδης, Ζήνων και Δημόκριτος αντιθέτως απέρριπταν την ιδέα της μεταβολής, της ανάπτυξης και του γίγνεσθαι στη φύση.

Εδώ είναι ενδιαφέρον να δούμε την άποψη του Επίκουρου αφού άνοιξε ένα θέμα πριν από 2500 χρόνια και σήμερα διχάζει τους επιστήμονες. Είναι το σύμπαν ντετερμινιστικό ή όχι; Παράλληλα δε, τι ρόλο παίζει ο χρόνος;

Ο Επίκουρος ήταν διάδοχος του Δημόκριτου και θεωρούσε και αυτός ότι ο κόσμος αποτελείται από άτομα που κινούνται στο κενό με την ίδια ταχύτητα και παράλληλα. Αυτό όμως δεν μπορούσε να εξηγήσει την εμφάνιση των καινούργιων πραγμάτων αφού τα άτομα δεν επηρέαζαν το ένα το άλλο. Μόνο μέσα από τις κρούσεις θα εδημιουργείτο κάτι νέο. Πρόσθεσε λοιπόν στην θεωρία του Δημόκριτου την "κίνησιν κατά παρέκκλισιν", δηλαδή ενώ έχουν το παραπάνω τρόπο κίνησης, τα άτομα, σε απρόβλεπτο χρόνο και τόπο, παρεκκλίνουν της πορείας τους και συγκρούονται για να δημιουργήσουν με τις κρούσεις τους νέα πράγματα. Ή όπως μεταφέρει ακριβώς ο Titus Lucretius Carus στο De Natura Rerum [LOEB CLASSICAL LIBRARY, Λονδίνο, William Haneman, 1924]:

" Illud in his quoque te tebus cognoscere avemus, corpora cum deorsum tectum per inane feruntur ponderibus propriis, incerto tempore ferme

incertisque locis spatio se pellere paulum tantum quod nisi declinare solerent, omnia deorsum imbris uti guttae, caderent per inane profundum nec foret ofensus natus nec plaga create principiis : ita nil umquam natura creasset "

Η μετάφραση για το παραπάνω είναι:
"Παρόλο που τα σώματα διαγράφουν ευθύγραμμες τροχιές όταν πέφτουν στο κενό λόγω του βάρους τους, σε απρόβλεπτο χρόνο και τόπο παρεκκλίνουν λίγο από την πορεία τους ώστε να αλλάξει η κίνηση τους, αλλιώς θα έπεφταν όλα κάτω σαν στάλες της βροχής στο κενό, καμία σύγκρουση δεν θα γινόταν και η φύση δεν θα είχε δημιουργήσει τίποτα."

Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι για τους αρχαίους Έλληνες η κατανόηση της φύσης και η μοίρα των ανθρώπων ήταν αδιαχώριστα αφού ο άνθρωπος όφειλε να γνωρίζει πως λειτουργεί η φύση ώστε να εναρμονίζει τις πράξεις του με αυτήν και να μην πέφτει στην "ύβριν". Έτσι διαβάζουμε στην επιστολή από τον Επίκουρο στον Μενοικέα:

" τὴν δὲ ὑπό τινων δεσπότιν εἰσαγομένην πάντων ἀγγέλλοντος … ἐπεὶ κρεῖττον ἦν τῷ περὶ θεῶν μύθῳ κατακολουθεῖν ἢ τῇ τῶν φυσικῶν εἱμαρμένῃ δουλεύειν· ὁ μὲν γὰρ ἐλπίδα παραιτήσεως ὑπογράφει θεῶν διὰ τιμῆς, ἡ δὲ ἀπαραίτητον ἔχει τὴν ἀνάγκην"

Δηλαδή:
[Ο σοφός] περιπαίζει την από κάποιους προτεινόμενη σα κυρίαρχο των πάντων ειμαρμένη των φυσικών και είναι προτιμότερο να ακολουθούμε τον μύθο περί θεών γιατί με αυτούς υπάρχει ελπίδα εξιλεώσεως με απόδοση τιμών προς αυτούς ενώ [η ειμαρμένη] υπακούει μόνο στην νομοτέλεια (αναγκαιότητα όπως προκύπτει από τους νόμους).

Εδώ ως φυσικούς εννοεί τους στωϊκούς φιλοσόφους.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι όταν ο ντετερμινισμός απείλησε την ελευθερία του ανθρώπου, μία τάση της σκέψης των αρχαίων Ελλήνων έσπευσε να υιοθετήσει την θεϊκή παρέμβαση, ώστε να αποφευχθεί η προκαθορισμένη μοίρα των ανθρώπων αφού, με εξευμένιση των θεών, αλλάζουν τη μοίρα τους. Έτσι δε, αποδόθηκε αμέσως και στη φύση η ιδιότητα να ενεργεί κατά τόπους κατά βούληση με την κίνηση κατά παρέκκλισιν.

Ο Επίκουρος δεν θα συμφωνούσε με τους ντετερμινιστές. Διαφωνεί με την νομοτέλεια, δηλαδή την ειμαρμένη, όπως είχε ορισθεί, και η οποία δεν έχει καμία σχέση βέβαια με το ανατολικό κισμέτ καθώς ειμαρμένη είναι οι συνέπειες όπως αυτές προκύπτουν από τους νόμους της φύσης, όταν όμως έχεις ακολουθήσει μια συγκεκριμένη επιλογή. Δηλαδή έχεις το δικαίωμα της καταρχήν επιλογής αλλά μετά τα πράγματα θα ακολουθήσουν την συμβατή με τους φυσικούς νόμους πορεία. Ο Επίκουρος λοιπόν δεν το δέχεται αυτό και αποδίδει στην φύση την ευχέρεια, έστω και με την παρέμβαση των θεών, να αλλάζει το οποιοδήποτε καθεστώς. Προεκτείνοντας λοιπόν την σκέψη του βλέπουμε ότι ο χρόνος δεν είναι απόρροια των γεγονότων ή συνοδευτικός παράγοντας αλλά τα γεγονότα δημιουργούνται <u>προϊόντος</u> του χρόνου. Οι χρονικές στιγμές δεν είναι πλέον ίδιες αλλά σε μια χρονική στιγμή ένα γεγονός, το οποίο δεν θα εξαρτάται από τα προηγούμενα, θα γεννηθεί με την "παρέκκλιση". Άρα η αντιστρεπτότητα του χρόνου δεν χωράει στη σκέψη του Επίκουρου. Οι οπαδοί της θεωρίας του χάους έχουν βρεί αναφορές στην αρχαιότητα στην σκέψη των Ελλήνων.

Αρχιμήδης και Αριστοτέλης είχαν δυο ακραίες οπτικές για το χρόνο: Ο Αριστοτέλης θεωρούσε το χρόνο ενδογενή και αντίθετα από τον Αρχιμήδη, θεμελιακό για το σύμπαν. Για τον Αρχιμήδη υπήρχε

απόλυτη κατάσταση ηρεμίας και απόλυτος χρόνος και τα γεγονότα είχαν μια απόλυτη θέση στο χώρο.

Ο Αριστοτέλης υποστήριξε ότι στο φυσικό κόσμο μέσα στον χρόνο συντελείται ένα διαρκές γίγνεσθαι και μια μεταβολή των ποιοτήτων γένεσις και φθορά. Για να γίνει κατανοητός ο κόσμος θα πρέπει να λάβουμε υπόψιν μας την θεμελιώδη χρονική του δομή αφού κάθε διαδικασία έχει εγγενή χρονικά μέρη και σχέσεις που μεταβάλλονται και αποτελούν ουσιαστικό στοιχείο της πραγματικότητάς της.

Ο φιλόσοφος ταυτίζει τη "φύσει" με τα "κινούμενα", έτσι η ιδέα της κίνησης είναι στο κέντρο της σκέψης του. Δηλαδή η κίνηση με την έννοια της μεταβολής και του γίγνεσθαι είναι αυτό που προσπαθεί να κατανοήσει με όρους της φύσης. Είναι ο πρώτος που έφερε την συζήτηση για την ύλη σε ένα καθαρά φιλοσοφικό επίπεδο. Έτσι, γι' αυτόν, η πρώτη ύλη είναι το έσχατο υποκείμενο κάθε πράγματος, ακόμη και της γενέσεως και της φθοράς, χωρίς η ίδια ούτε να γεννιέται ούτε να εξαφανίζεται. Είναι θεμελιώδες υλικό των ουσιών χωρίς ωστόσο να έχει χωριστή ύπαρξη. Είναι λοιπόν αυτό που απομένει όταν απογυμνωθεί η ουσία από όλους τους προσδιορισμούς της.

Συμπληρώνει δε ότι "η ύλη υπάρχει δυνάμει διότι μπορεί να αποκτήσει τη μορφή. Αλλά όταν υπάρχει εν ενεργεία τότε βρίσκεται στη μορφή". Ταυτίζει λοιπόν την ενέργεια με τη δύναμη και η πρώτη ύλη είναι ταυτόσημη με το δυνάμει ον. Έτσι η ύλη γίνεται η βάση του δυναμικού μοντέλου της αριστοτελικής φιλοσοφίας της φύσης εφόσον, θεωρούμενη σαν "δύναμις", είναι η μαγιά για όλες τις δυνατότητες που μπορούν να πραγματοποιηθούν στο μέλλον.

Υπάρχει στη σκέψη του Σταγειρίτη μια κρίσιμη σχέση που συνδέει την αριστοτελική ύλη με τη μορφή, τη δύναμη και την ενέργεια. Η μετάβαση κάθε φορά από την εν δυνάμει κατάσταση στην εν ενεργεία είναι μια πραγματική διαδικασία που συντελείται στην φύση και δεν είναι

άλλη από την κίνηση (εσωτερική κίνηση) με την έννοια όμως της ποιοτικής μεταβολής, της γένεσης και της φθοράς.

Ο χρόνος εισάγεται στη σύνδεση της εσωτερικής κίνησης και μεταβολής με την ύλη και την φύση. Στα φυσικά του παρατηρεί:

"*φανερόν ότι ουκ εστίν άνευ κινήσεως και μεταβολής χρόνος*"

αλλά λέει και ότι:

"*τούτο γαρ εστί ο χρόνος, αριθμός κινήσεως κατά το πρότερον και ύστερον*"

(Διότι αυτό είναι ο χρόνος, η αρίθμηση της κίνησης σύμφωνα με το πριν και το μετά)

Έτσι απεικονίζεται η σχέση χρόνου και κίνησης. Ο χρόνος είναι ο εγγενής χαρακτήρας της κίνησης ο οποίος επιτρέπει την αρίθμηση των διαδοχικών καταστάσεων οι οποίες χαρακτηρίζονται από μια σαφή διάκριση μεταξύ παρελθόντος και μέλλοντος:

"*το δε νυν εστί συνέχεια χρόνου ώσπερ ελέχθη συνέχει γαρ τον χρόνον τον παρελθόντα και εσόμενον*"

Το συνέχει εδώ δεν σημαίνει εμπεριέχει, όποτε θα έπρεπε να δεχτούμε οτι ο χρόνος είναι αναστρέψιμος αφού το παρελθόν και το μέλλον θα περιέχονται στο παρόν, σημαίνει απλά συνδέει.

Το αριστοτελικό μοντέλο της φύσης έχει δυναμικό χαρακτήρα και εκφράζεται από την μετάβαση από την εν δυνάμει κατάσταση στην εν ενεργεία κατάσταση. Η ύλη έχει τον παραπάνω δυναμικό χαρακτήρα αφού κλείνει μέσα της την κίνηση και ο χρόνος είναι αλληλένδετος μαζί της και κυλάει από το παρελθόν προς το μέλλον, συνυφασμένος με το γίγνεσθαι του φυσικού κόσμου.

Ο Πλάτωνας στο έργο του Τίμαιος θεωρεί ότι ο χρόνος γεννήθηκε όταν ένας θεϊκός σιδηρουργός επέβαλε μορφή και τάξη στο αρχέγονο χάος. Ο Τίμαιος αρχίζει με τη διάκριση σε *είναι* και *γίγνεσθαι*. Σύμφωνα με το εργο αυτό, ο φυσικός κόσμος και μαζί ο χρόνος ανήκουν σε

δευτερεύουσα φαινομενική πραγματικότητα ενώ μόνο το "είναι" είναι πραγματικό. Σ' αυτό είχε προηγηθεί ο Παρμενίδης που πίστευε πως η πραγματικότητα είναι ταυτόχρονα αδιαίρετη και αχρονική.

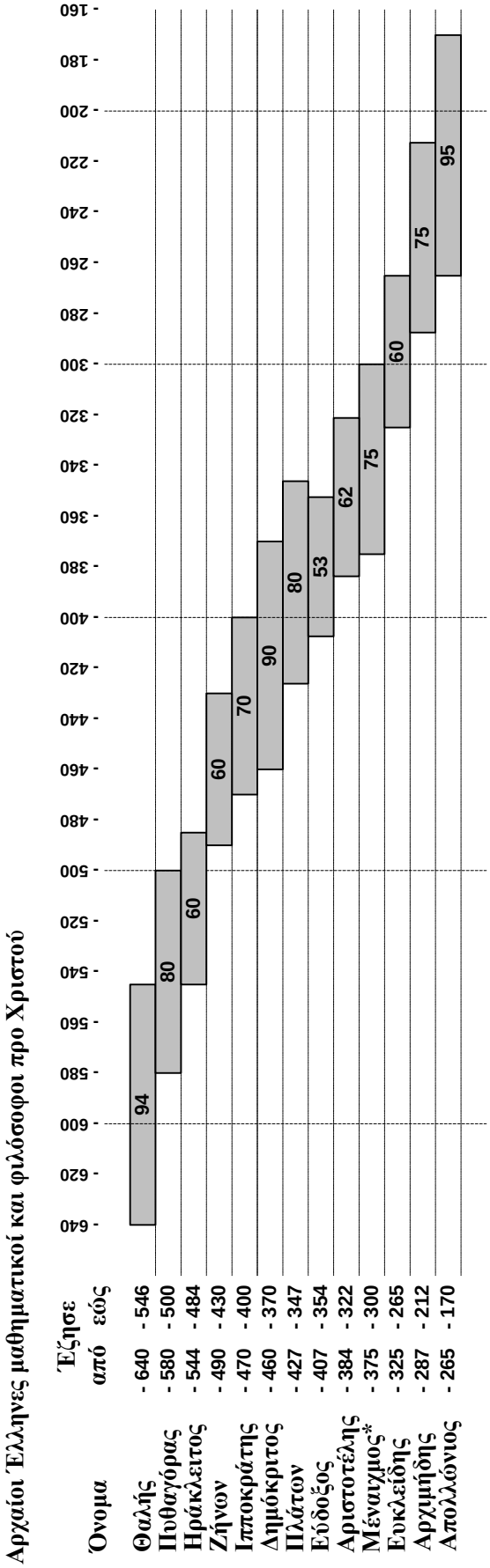
Στον Τίμαιο λοιπόν, το κατ' εξοχήν κοσμολογικό έργο του Πλάτωνα, για το χρόνο έγραφε:

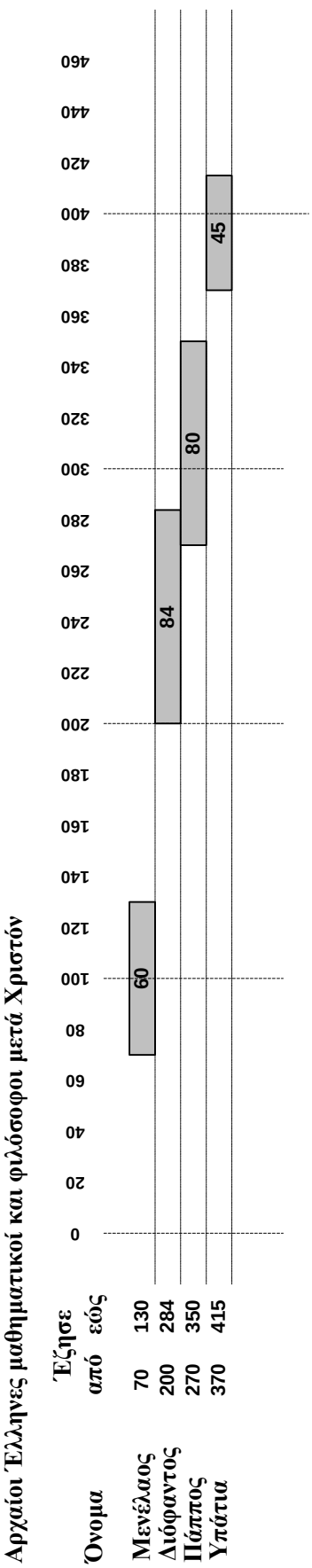
"ἡ μὲν οὖν τοῦ ζῴου φύσις ἐτύγχανεν οὖσα αἰώνιος, καὶ τοῦτο μὲν δὴ τῷ γεννητῷ παντελῶς προσάπτειν οὐκ ἦν δυνατόν: εἰκὼ δ' ἐπενόει κινητόν τινα αἰῶνος ποιῆσαι, καὶ διακοσμῶν ἅμα οὐρανὸν ποιεῖ μένοντος αἰῶνος ἐν ἑνὶ κατ' ἀριθμὸν ἰοῦσαν αἰώνιον εἰκόνα, τοῦτον ὃν δὴ χρόνον ὠνομάκαμεν"

"Η δε φύση του ζώντος αυτού Όντος (που δημιούργησε το σύμπαν) που ήταν και αιώνιος δεν μπορούσε να ταυτισθεί απόλυτα με το νεογέννητο (σύμπαν). Σκέφτηκε λοιπόν να δημιουργήσει κάποια κινητή εικόνα της αιωνιότητας. Ενώ λοιπόν έβαζε σε τάξη τον ουρανό έφτιαξε και την ρυθμικά κινούμενη αιώνια εικόνα της ακίνητης αιωνιότητας (αμετάβλητος κόσμος ιδεών) στο σύνολό της, το δημιούργημα που έχουμε ονομάσει χρόνο."

Έτσι το παρελθόν, το παρόν και το μέλλον αφορούν το "γίγνεσθαι" που είναι μεταβλητό και ως εκ τούτου δεν είναι απόλυτα όπως το "είναι". Ο χρόνος γεννήθηκε με το σύμπαν, και θα χαθεί μαζί του, και οι πλανήτες δημιουργήθηκαν σαν μέτρα του χρόνου με τις περιοδικές κινήσεις τους.

Ο Ζήνων ο Ελεάτης από την πλευρά του υπέσκαψε με τα παράδοξά του την όλη αντίληψη για το χώρο και το χρόνο. Το παράδοξο του γοργοπόδαρου Αχιλλέα και της χελώνας φαίνεται να δείχνει ότι η κίνηση είναι αδύνατη εάν ο χρόνος μπορεί να υποδιαιρείται απεριόριστα.


Αρχαίοι Έλληνες μαθηματικοί και φιλόσοφοι προ Χριστού
Όνομα
Έζησε
από
εώς
Θαλής - 640 - 546
Πυθαγόρας - 580 - 500
Ηράκλειτος - 544 - 484
Ζήνων - 490 - 430
Ιπποκράτης - 470 - 400
Δημόκριτος - 460 - 370
Πλάτων - 427 - 347
Εύδοξος - 407 - 354
Αριστοτέλης - 384 - 322
Μέναιχμος* - 375 - 300
Ευκλείδης - 325 - 265
Αρχιμήδης - 287 - 212
Απολλώνιος - 265 - 170
94
80
60
60
70
90
80
53
62
75
60
75
95
- 640
- 620
- 600
- 580
- 560
- 540
- 520
- 500
- 480
- 460
- 440
- 420
- 400
- 380
- 360
- 340
- 320
- 300
- 280
- 260
- 240
- 220
- 200
- 180
- 160


Αρχαίοι Έλληνες μαθηματικοί και φιλόσοφοι μετά Χριστόν
Όνομα
Έζησε
από
εώς
Μενέλαος 70 130
Διόφαντος 200 284
Πάππος 270 350
Υπάτια 370 415
60
84
80
45
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240
260
280
300
320
340
360
380
400
420
440
460

Κεφάλαιο 2.

Η αντίληψη του χρόνου στη σύγχρονη φυσική

Η Ιουδαϊκή – Χριστιανική παράδοση εγκαθίδρυσε άπαξ δια παντός τον γραμμικό (μη αντιστρεπτό) χρόνο στον δυτικό πολιτισμό. Ο δυτικός πολισμός αποδέχθηκε την ροή του χρόνου από το παρελθόν στο μέλλον δεχόμενος γεγονότα όπως η γέννηση, η σταύρωση και η ανάσταση του Χριστού, σαν μοναδικά και μη επαναλαμβανόμενα. Οι Εβραίοι και οι Πέρσες Ζωροαστριστές προτιμούσαν την ίδια άποψη περί χρόνου.

Ο μη αντιστρεπτός χρόνος προετοίμασε τον άνθρωπο για την έννοια του "βαθέως χρόνου", την συνταρακτική ανακάλυψη των γεωλόγων ότι η ανθρώπινη εξέλιξη είναι μόνο ένα ύστερο επεισόδιο στην ιστορία της Γης.

Σε πιο σύγχρονη εποχή, ο Kant υποστήριζε ότι όπως ένα χρώμα μπορεί να προκαλέσει διαφορετικές εντυπώσεις σε διαφορετικούς παρατηρητές, ενώ είναι ουσιαστική συνιστώσα της θέασης, έτσι και ο χρόνος, ενώ είναι ουσιαστική συνιστώσα της νόησης, στερείται αντικειμενικής πραγματικότητας.

"Ο χρόνος δεν είναι κάτι αντικειμενικό. Δεν είναι ούτε ουσία ούτε τυχαίο ούτε σχέση αλλά μια υποκειμενική συνθήκη που οφείλεται αναγκαστικά στη φύση του ανθρώπινου μυαλού".

Τελικά μια βολική άποψη, αγαπητή σ' όλους τους ιδεαλιστές όλων των εποχών (Παρμενίδη – Πλάτωνα – Σπινόλα – Χέγκελ) είναι να

θεωρήσει κανείς ότι ο χρόνος, συνυφασμένος με τόσες αντιφάσεις, δεν μπορεί να είναι πραγματικός.

Από την άλλη πλευρά βέβαια, ένας φυσικός έβλεπε αλλιώς τους φιλοσόφους. Ο Boltzman π.χ. είχε πεί: *"Τα απλούστερα πράγματα είναι πηγή άλυτων αινιγμάτων για τη φιλοσοφία", "Η πηγή της λογικής της βρίσκεται στην υπερβολική εμπιστοσύνη σ' ότι αποκαλείται νόμος της σκέψης"*. Ο ίδιος, είχε πεί για τον Χέγκελ: *"τι ασαφή και απερίσκεπτη ροή λέξεων έμελλε να βρω εκεί",* για τον Σοπενχάουερ: *"άτυχο άστρο με οδήγησε να τον διαβάσω"* ενώ για τον Kant: *"ακόμα και σ' αυτόν κατανοούσα μερικά πράγματα τόσο λίγο ώστε με δεδομένη την γενική του οξύνοια σχεδόν υποψιάστηκα ότι τραβούσε το χαλί κάτω από τα πόδια του αναγνώστη ή ακόμη πως ήταν απατεώνας"*

Μέχρι τον 17^{ο} αιώνα ο χρόνος μετριόταν με τη βοήθεια των αστρονομικών φαινομένων. Η εφεύρεση των ρολογιών στα μέσα του 17^{ου} αιώνα και η κατοπινή σταδιακή βελτίωση της ακρίβειας της χρονομέτρησης βοήθησαν να εμπεδωθεί η εικόνα της μηχανικής και της προβλέψιμης πλευράς της φύσης. Βοήθησε επίσης να απεμπλακεί ο χρόνος από τα περιοδικά φαινόμενα της Αστρονομίας καθώς και από τα ανθρώπινα συμβάντα και να δημιουργηθεί η εντύπωση πως υπάρχει ένας ανεξάρτητος κόσμος της επιστήμης.

Ο Νεύτων στα Principia δηλώνει: *"Ο απόλυτος, αληθινός και μαθηματικός χρόνος ρέει από μόνος του και από τη φύση του ομοιόμορφα, χωρίς να σχετίζεται με οτιδήποτε εξωτερικό."*

Οι εξισώσεις του, κομψές, λιτές και με λίγες παραδοχές, υπόσχονταν ότι μπορούσαν να μας δώσουν κάθε δυνατή πληροφορία για το παρελθόν και το μέλλον του σύμπαντος όμως δεν κατορθώνουν να αποφασίσουν ποια φορά του χρόνου αποτελεί παρελθόν και ποια μέλλον του σύμπαντός μας. Αντίθετα απογυμνώνουν το χρόνο από την αίσθηση της φοράς.

Η πίστη σε αιτιοκρατικό κόσμο όπου ο χρόνος δεν έχει φορά, το δε παρελθόν και μέλλον είναι προαποφασισμένα, διαδραμάτισε πρωταρχικό ρόλο στην εξέλιξη της φυσικής.

Στα Principia ο Νεύτωνας πρότεινε τρεις νόμους κίνησης οι οποίοι έδωσαν μια νέα μορφή στην επιστήμη των κινούμενων σωμάτων. Βρήκε τους νόμους στους οποίους υπακούουν τα μήλα αλλά και οι πλανήτες. Κατά τον Μπέρτραντ Ράσσελ, οι μεγαλύτεροι και θεαματικότεροι θρίαμβοι της επιστήμης επιτεύχθηκαν το $17^{ο}$ αιώνα.

Στις νευτώνειες εξισώσεις ο χρόνος υπεισέρχεται σε παραγώγους $2^{ης}$ τάξης στη , εμφανίζεται δηλαδή στην επιτάχυνση με την μορφή:

$$\alpha = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad (2.1)$$

Με αυτόν τον τρόπο οι εξισώσεις μένουν αναλλοίωτες σε μια αντιστροφή του χρόνου και έτσι δεν μπορεί κανείς να ξεχωρίσει τις κατευθύνσεις του χρόνου.

Υποστηρίχθηκε ότι οι αρχικές συνθήκες είναι υπεύθυνες για το ότι δεν είναι φανερή η αντιστρεπτότητα του χρόνου. Ένα παράδειγμα είναι αυτό του ταύρου σε υαλοπωλείο, ο οποίος μπαίνει μέσα, καταστρέφει τα πάντα και ξαναβγαίνει. Δεν μπορούν να επανέλθουν τα πράγματα στην αρχική τους κατάσταση. Σύμφωνα με το επιχείρημα των αρχικών συνθηκών το βέλος του χρόνου προκύπτει επειδή οι αρχικές συνθήκες που απαιτούνται για να τεθούν σε λειτουργία οι εξισώσεις του Νεύτωνα και να ξανασχηματισθούν τα σπασμένα σκεύη είναι τόσο απίθανες ώστε τελικά ποτέ δεν βλέπουμε τα σκεύη να αναστηλώνονται και το διαλυμένο κατάστημα να επανέρχεται στην αρχική του φάση.

Το επιχείρημα είναι ελαττωματικό αφού με αυτόν τον τρόπο το βέλος του χρόνου δεν φαίνεται να είναι ενδογενές χαρακτηριστικό της φύσης αλλά προκύπτει χάρη στην ιδιαίτερη αρχική κατάσταση τάξης του υαλοπωλείου.

Με αυτή τη λογική λοπόν, ένα σύνολο αρχικών συνθηκών μπορεί να είναι σημείο εκκίνησης για συμβάντα που πηγαίνουν τη ροή του χρόνου προς τα εμπρός ή προς τα πίσω.

Ένα ανάλογο είναι όταν αφήνουμε μια μπάλα από την κορυφή ενός λόφου και αυτή κυλάει προς τα κάτω. Επιλέγοντας ειδικές αρχικές συνθήκες θα πρέπει η μπάλα να βρεθεί από το βάθος της κοιλάδας στην κορυφή.

Εάν το βέλος του χρόνου οφείλεται στον διασκορπισμό ενέργειας – η ιδιότητα που ξεχωρίζει αντιστρεπτές από μη αντιστρεπτές διαδικασίες – τότε αυτό αφορά την ανακατανομή της ενέργειας ή την απώλεια ενέργειας από το υπό μελέτη σύστημα.

Η διαδικασία απόσβεσης της τριβής μπορεί να περιληφθεί στις εξισώσεις του Νεύτωνα απλώς με την παραδοχή της ύπαρξής της και την προσθήκη ενός επιπλέον όρου που αντιπροσωπεύει (αλλά δεν ερμηνεύει) το φαινόμενο. Αυτός ο όρος σπάζει τη συμμετρία του χρόνου των αρχικών εξισώσεων οδηγώντας σε μη αντιστρεπτή συμπεριφορά.

Η θεμελιακή δυσκολία δεν επιλύεται όμως καθώς, εάν υιοθετήσουμε τη σύγχρονη ατομική οπτική, η τριβή πρέπει να εξηγηθεί με τις κινήσεις των ατόμων και των μορίων τα οποία με τη σειρά τους κυβερνώνται από τους αντιστρεπτούς νόμους του Νεύτωνα ή τους εξίσου αχρονικούς νόμους της κβαντικής φυσικής.

Όσο οι εξισώσεις του Νεύτωνα δεν νοιάζονται για το βέλος του χρόνου είναι δυνατό ένα σπασμένο φλιτζάνι του τσαγιού να συλλέξει αυθόρμητα την απαραίτητη ενέργεια ώστε να ξανακολλήσει απορροφώντας ηχητικά κύματα και βασιζόμενο στο να κινηθούν συνδυασμένα τα δισεκατομμύρια μόρια που υπάρχουν στα διασκορπισμένα κομμάτια πορσελάνης.

Οι εξισώσεις του Νεύτωνα είναι αιτιοκρατικές. Η νευτώνεια μηχανική μας επιτρέπει κατ' αρχάς να προσδιορίσουμε όλη την

παρελθούσα ή μελλοντική συμπεριφορά τους εφόσον γνωρίζουμε τις ταχύτητες και τις θέσεις τους σε οποιαδήποτε στιγμή. Η αιτιοκρατία είναι άμεση συνέπεια των εξισώσεων του Νεύτωνα και συνδέεται στενά με την αιτιότητα, την ιδέα ότι κάθε συμβάν είναι αποτέλεσμα ενός αιτίου.

Ο Αϊνστάιν παρατήρησε ότι η διαφορά ανάμεσα στο παρελθόν το παρόν και το μέλλον είναι απλώς μια αυταπάτη και οφείλεται αναμφισβήτητα στην αιτιοκρατική-αιτιατή δομή της νευτώνειας μηχανικής.

Η νευτώνεια περιγραφή σε κάθε στιγμή του χρόνου εμπεριέχει τόσο το παρελθόν όσο και το μέλλον του. Έτσι υπονομεύεται η ίδια η ιδέα που έχουμε για το αίτιο και το αποτέλεσμα καθώς με την συμμετρία της αντιστροφής του χρόνου συνεπάγεται ότι το αποτέλεσμα μπορεί να γίνει αίτιο και το αίτιο αποτέλεσμα.

2.1 Νευτώνειος χωροχρόνος

Η χωροχρονική θεωρία του Νεύτωνα αποτυπώνεται σήμερα ως συνδυασμός της θεωρίας του γραμμικού χρόνου με την ευκλείδεια γεωμετρία και επιπλέον στοιχεία δομής. [Norton 1990]

Στο βιβλίο του Νεύτωνα Μαθηματικές Αρχές [1687, έκδοση 1962] γράφεται ότι απ' όλους τους χώρους υπάρχει ένας που παραμένει αιωνίως ακίνητος ανεξάρτητα από κάθε σώμα που θα μπορούσε να συνδεθεί μαζί του ή επί λέξει «ο Απόλυτος χώρος που από τη φύση του χωρίς σχέσεις με οτιδήποτε εξωτερικό παραμένει πάντοτε ταυτόσημος και ακίνητος» και σ' αυτόν τον απόλυτο χώρο έπρεπε να αναφέρονται όλοι οι νόμοι του. Αυτή η άποψη κυριάρχησε για τους επόμενους δύο αιώνες.

Το 1905 ο Αϊνστάιν στην περίφημη εργασία του [Σχετικά με την Ηλεκτροδυναμική των Κινούμενων Σωμάτων 1905] αποδείκνυε ότι

τουλάχιστον τα ηλεκτροδυναμικά όσο και τα μηχανικά φαινόμενα δεν διαθέτουν ιδιότητες που να συμφωνούν με την απόλυτη ηρεμία και η τελευταία πρέπει να εγκαταλειφθεί. Ανάφερε σαν παράδειγμα ότι τα παρατηρήσιμα μεγέθη δεν μπορούν να ξεχωρίσουν την αδρανειακή κίνηση από την ηρεμία και συγκεκριμένα το φαινόμενο της επαγωγής όπου είτε κινείται ο μαγνήτης προς τον δακτύλιο είτε αντίστροφα η εμφάνιση του επαγωγικού ρεύματος δεν εξαρτάται από αυτό αλλά από το ρυθμό της μεταβολής του μαγνητικού πεδίου. Έτσι η απόλυτη ηρεμία δεν παίζει κανένα ρόλο σε ότι αφορά τα παρατηρήσιμα μεγέθη. Κατά λέξη [Αϊνστάιν 1905]: «Παραδείγματα αυτού του είδους σε συνδυασμό με τις αποτυχημένες απόπειρες να ανακαλυφθεί η όποια κίνηση της γης αναφορικά με το μέσο διάδοσης του φωτός, υπαινίσσονται ότι τα ηλεκτροδυναμικά φαινόμενα όπως και τα μηχανικά δεν διαθέτουν ιδιότητες που να ανταποκρίνονται στην ιδέα περί απόλυτης ηρεμίας. Αντίθετα όπως έχει ήδη αποδειχθεί κατά πρώτη προσέγγιση μικρών ποσοτήτων υπαινίσσονται ότι οι ίδιοι νόμοι της ηλεκτροδυναμικής και της οπτικής ισχύουν για όλα τα συστήματα αναφοράς όπου ισχύουν οι εξισώσεις της μηχανικής (για όλους τους αδρανειακούς χώρους εννοείται). Θα αναβιβάσουμε αυτή την εικασία (το περιεχόμενο της οποίας θα ονομάζουμε στο εξής «Αρχή της Σχετικότητας» στο καθεστώς ενός αξιώματος. Η εισαγωγή ενός φωτοφόρου αιθέρα θα αποδειχθεί περιττή στο βαθμό που η άποψη που πρόκειται να αναπτυχθεί εδώ δεν απαιτεί έναν απόλυτα στατικό χώρο εφοδιασμένο με ειδικές ιδιότητες.»

Εποπτικά ο Νευτώνειος χωροχρόνος συγκροτείται από στιγμιότυπα ευκλείδειων τρισδιάστατων χώρων τα οποία λαμβάνονται σε διαφορετική χρονική στιγμή το καθένα και μπορεί να περιλαμβάνει μια στιγμή της γραμμικής θεωρίας του χρόνου. Ο Νευτώνειος χωροχρόνος κατασκευάζεται παίρνοντας όλους τους τρισδιάστατους χώρους και στοιβάζοντάς τους με τη μορφή ενός γραμμικού συνεχούς. Αν θεωρητικά

αναπαραστήσουμε το χωροχρόνο σαν μια στοίβα από τραπουλόχαρτα τότε η γεωμετρία κάθε τραπουλόχαρτου που είναι κάθε στιγμιότυπο δίνεται από την Ευκλείδεια μετρική γ. Η χρονική δομή καθώς διανύουμε τη στοίβα από τραπουλόχαρτο σε τραπουλόχαρτο, δηλαδή από στιγμή σε στιγμή, δίνεται από τη χρονική μετρική dT. Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, αν τα σημεία Α, Β, Γ είναι ακίνητα τότε η στοίβα πρέπει να είναι τακτοποιημένη έτσι ώστε τα Α, Β, Γ να βρίσκονται ακριβώς το ένα πάνω στο άλλο έτσι ώστε ευθείες να διαπερνούν κάθετα τη στοίβα. Τα κινούμενα σημεία παριστάνονται ως καμπύλες που διατρέχουν πλάγια τα επίπεδα της στοίβας. Ειδικά τα σημεία που κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά, δηλαδή τα αδρανειακά, ως ευθείες που τέμνουν πλάγια τα επίπεδα της στοίβας. Αυτή η στοίβα των στιγμιοτύπων αποτελεί την τετραδιάστατη πολλαπλότητα όπου κάθε σημείο της αντιπροσωπεύει ένα συμβάν σε μία χρονική στιγμή έτσι κάθε στιγμή είναι μια τρισδιάστατη επιφάνεια σ' αυτή την πολλαπλότητα που τεχνικά ονομάζεται «υπερεπιφάνεια» που αποτελούν σύνολα ταυτόχρονων συμβάντων οπότε και ονομάζονται υπερεπιφάνειες ταυτοχρονίας και οι γραμμές που αναπαριστούν τα κινούμενα ή τα ακίνητα σημεία είναι οι κοσμικές γραμμές τους οπότε και περιγράφουν την ιστορία της κίνησης κάθε σημείου.

Η παραπάνω θεωρία όπως έχει περιγραφεί παραπάνω όμως περιέχει την απόλυτη ηρεμία. Επίσης ένας αδρανειακός μετασχηματισμός δεν μπορεί να μεταβάλει το χωροχρόνο όπως και μια περιστροφή δεν μπορεί να μεταβάλει τον ευκλείδειο χώρο, οπότε η επιλογή ενός αδρανειακού συστήματος ως του μοναδικού εν ηρεμία αποτελεί καθαρά αυθαίρετη επιλογή. Έτσι η αρχή της σχετικότητας είναι μια αρχή συμμετρίας και μπορεί να διατυπωθεί όπως:

¨Ο αδρανειακός μετασχηματισμός συνιστά συμμετρία του Νευτώνειου χωροχρόνου, δηλαδή αφήνει το χωροχρόνο αμετάβλητο¨.

Συνοψίζοντας, τα μοντέλα του Νευτώνειου χωροχρόνου αποτελούν τετράδες της μορφής <M,dT,h,∇>, όπου M συμβολίζει μια τετραδιάστατη πολλαπλότητα κάθε σημείο της οποίας αναπαριστά ένα συμβάν. Αυτή η πολλαπλότητα τέμνεται σε φύλλα που αποτελούν τις διαφορετικές στιγμές, δηλαδή τις υπερεπιφάνειες ταυτόχρονων γεγονότων. Ο μετρήσιμος χρόνος που μεσολαβεί καθώς μετατοπιζόμαστε από στιγμή σε στιγμή δίνεται από τη χρονική μετρική dT. Κάθε μία από τις επιφάνειες ταυτοχρονίας συνιστά έναν Ευκλείδειο χώρο με τη δική του Ευκλείδεια μετρική γ, η δομή h συνδυάζει όλες τις Ευκλείδειες μετρικές σ' ένα μοναδικό γεωμετρικό αντικείμενο. Για να υπαγορεύονται οι επιτρεπόμενοι τρόποι στοιβάγματος είναι απαραίτητη μία δομή, αυτή είναι η αφινική δομή ∇ και θα προσδιορίζει ποιες απ' όλες τις καμπύλες της τετραδιάστατης πολλαπλότητας M είναι οι ευθείες. Απαιτείται από τις χρονικές στιγμές να στοιβάζονται με τέτοιο τρόπο ώστε οι τροχιές των αδρανειακά κινούμενων σημείων να συμπίπτουν με τις ευθείες γραμές της αφινικής δομής της τετραδιάστατης πολλαπλότητας. Αυτός ο κανόνας θα είναι συμβατός με την αρχή της σχετικότητας όταν απαιτήσουμε τόσο από την αφινική δομή ∇ όσο και από τη χρονική και τη χωρική μετρική dT και h να δέχονται τους αδρανειακούς μετασχηματισμούς ως σχηματισμούς συμμετρίας.

2.2 Γραμμικός χρόνος

Μια απλή και καθιερωμένη άποψη για τον χρόνο είναι αυτή του γραμμικού χρόνου. Το χαρακτηριστικό του είναι ότι αποτελείται από άπειρες στιγμές που απλώνονται στο παρελθόν και στο μέλλον. Το σύνολο αυτών των στιγμών είναι ομογενές και κάθε στιγμή είναι πανομοιότυπη με οποιαδήποτε άλλη. Εκλαμβάνεται και ως ισοτροπικός

και οι κατευθύνσεις προς το παρελθόν και το μέλλον είναι πανομοιότυπες.

Η θεωρία αυτή του χρόνου μπορεί να οριστεί πάνω σε μία συντεταγμένη και σε μία πολλαπλότητα, αυτή των πραγματικών αριθμών R. Κάθε πραγματικός αριθμός του R παριστάνει μία χρονική στιγμή. Αυτή η σχέση αναπαράστασης αποτελεί έναν τρόπο απεικόνισης των διαδοχικών χρονικών στιγμών ενός φυσικού κόσμου επί της μαθηματικής δομής R. Αυτή η σχέση απεικόνισης έχει επικρατήσει να λέγεται σύστημα συντεταγμένων. Πολλές ιδιότητες του μας δίνουν υπό αυτό το πρίσμα θεώρησης, τις χρονικές ιδιότητες, το γεγονός π.χ. ότι δεν υπάρχει μέγιστος πραγματικός αριθμός παριστά το γεγονός ότι δεν υπάρχει μία έσχατη χρονική στιγμή, πράγμα που σημαίνει ότι ο χρόνος θα συνεχίσει να υπάρχει και στο μέλλον για απροσδιόριστα μεγάλο αριθμό χρονικών στιγμών. Επιπλέον η συμπάγεια της δομής R, το γεγονός ότι μεταξύ δύο οποιονδήποτε πραγματικών αριθμών υπάρχει πάντοτε κάποιος άλλος πραγματικός αριθμός αναπαριστά και τη συμπάγεια του χρόνου. Έτσι κάθε χρονικό διάστημα μπορεί να υποδιαιρείται χωρίς να αποκλείεται η ύπαρξη αδιαίρετων χρονικών ατόμων. Όμως κάθε ιδιότητα του R δεν παριστά και μια ιδιότητα του χρόνου. Οι φυσικές στιγμές συγκροτούν ένα ισοτροπικό συνεχές ενώ η δομή R είναι ανομοιογενής. Ένας αριθμός είναι μοναδικός ενώ μια χρονική στιγμή δεν διαφέρει από την άλλη. Έστω όμως ότι κατασκευάζουμε ένα νέο σύστημα συντεταγμένων συμμετρικό ως προς το 0, τα 0, 50, 100, 150 π.χ. μπορούν να αντιστοιχίζονται στα 0, -50, -100, -150 του νέου συστήματος και ο μετασχηματισμός αυτός μπορεί να ονομαστεί κατοπτρισμός ως προς το σημείο 0. Μπορεί επίσης το νέο σύστημα να παράγεται αν μετατοπίζεται το αρχικό κατά 50, 100….. Με αυτό τον τρόπο στο αρχικό νέο σύστημα η χρονική στιγμή που αντιστοιχεί στο σημείο 0 ξεχωρίζει συγκρινόμενη με αυτήν που αντιστοιχεί στο 50. Αν επιτρέψουμε την ύπαρξη όλων των

συστημάτων συντεταγμένων που παράγονται με μετατόπιση του αρχικού κατά οποιαδήποτε πραγματική τιμή τότε το 0 μπορεί να αποδοθεί σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή σε κατάλληλο σύστημα συντεταγμένων. Έτσι δεν έχει φυσική σημασία η ανομοιογένεια του R. Ο κατοπτρικός μετασχηματισμός ως προς το 0 προσπαθεί να άρει την ανισοτροπία της δομής R από φυσικής σημασίας. Τώρα, τόσο το αρχικό σύστημα όσο και το κατοπτρικό του, πρέπει να αναπαριστούν εξίσου το συνεχές των φυσικών στιγμών. Η ανισοτροπία της δομής R δεν επιτρέπει να επιλεγεί μια προτιμητέα κατεύθυνση στο συνεχές των φυσικών στιγμών.

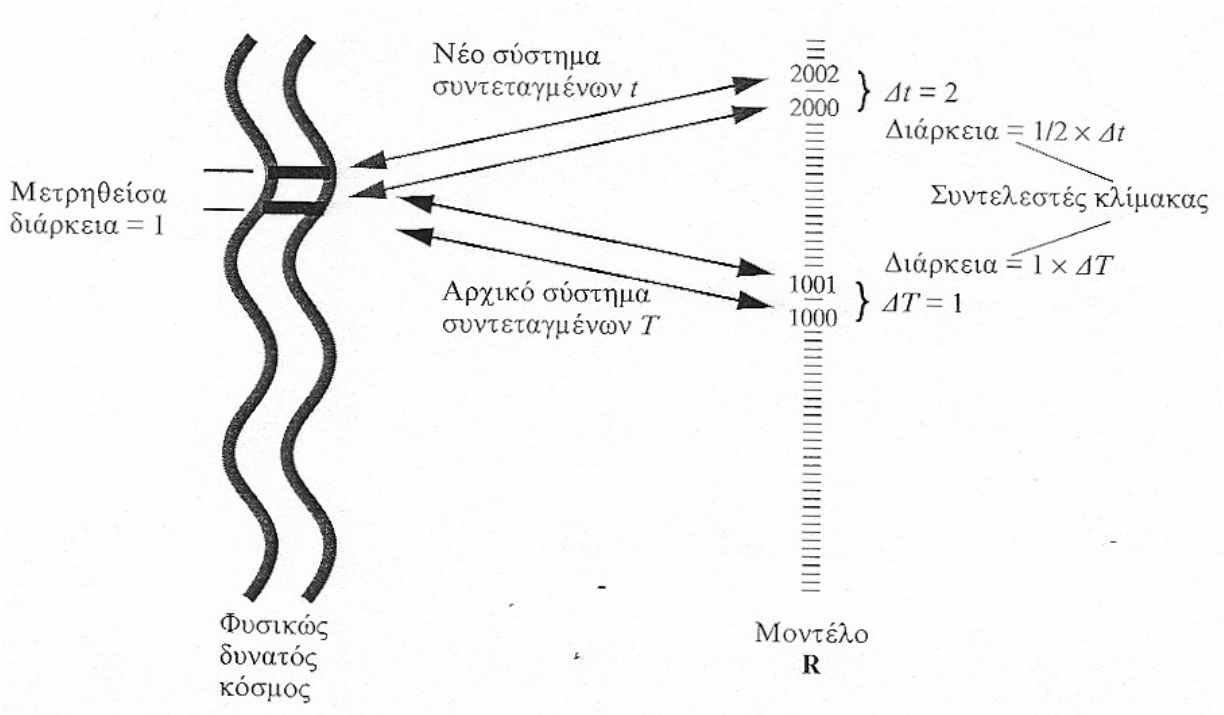
Όπως φαίνεται από τα παραπάνω, ο γραμμικός χρόνος δεν μπορεί να απαλλαγεί εύκολα από το βέλος του χρόνου. Αν αντιστοιχίσουμε μια χρονική στιγμή t_1 στο 100 και μια t_2 στο 50, με τον κατοπτρισμό η t_1 μπορεί να αντιστοιχηθεί στο –100 και η t_2 στο –50. Έχουμε ακόμα |-100| > |-50|. Οι απόλυτες τιμές μπορούν να δώσουν την κατεύθυνση. Δεν μπορούμε λοιπόν να έχουμε πλήρη αντιστοίχιση, πάντα θα υπάρχει κάτι για να υπενθυμίζει το βέλος του χρόνου.

Εκτός από μετασχηματισμούς ολίσθησης και κατοπτρισμού του συστήματος συντεταγμένων, αυτό επεκτείνεται έτσι ώστε να συμπεριληφθούν και όλα εκείνα που μπορούν να μετασχηματιστούν στο αρχικό με εφαρμογή ομαλών αντιστρεπτών μετασχηματισμών στο $\mathbb{R}$. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι της τάνυσης και της συμπίεσης που διατηρεί την ομαλότητα του συστήματος και την ταυτότητα όλων των χρονικών στιγμών. Η διάρκεια με την διαφορά των συντεταγμένων, έστω ΔT, δεν παραμένει αναλλοίωτη υπό αυθαίρετους μετασχηματισμούς. Για να ανακτήσουμε την αρχική διάρκεια πρέπει να πολλαπλασιαστεί η νέα διαφορά συντεταγμένων με συντελεστή κλίμακας και αυτό είναι μια πρόσθετη γεωμετρική δομή. Ο καθιερωμένος συμβολισμός για τον συντελεστή κλίμακας είναι $\mathrm{d}T$ και μαζί με τα αποτελέσματα των

μετασχηματισμών του είναι γνωστός και ως <αναλλοίωτο διάνυσμα> (covector) ή διαφορική μορφή πρώτης τάξης (<one-form>) και ανάλογα με την λειτουργία του μπορεί να ονομαστεί <χρονική μέτρηση> αφού ευθύνεται για την απόδοση μετρήσιμων χρονικών διαρκειών στα διαστήματα μεταξύ των στιγμών. Εδώ εισέρχεται πάλι το βέλος του χρόνου. Ένα αναλλοίωτο διάνυσμα $\mathrm{d}T$ αντιστοιχίζει και θετικά και αρνητικά μέτρα σε διαστήματα μεταξύ στιγμών ανάλογα με την κατεύθυνση προς την οποία κινούμαστε. Εδώ οι απόλυτες τιμές διατηρούν την ανισοτροπία στο συνεχές των στιγμών και είναι αυτές που γίνονται αποδεκτές με φυσική σημασία. Αν δεχτούμε μία κατεύθυνση της αύξησης των μεγεθών βέβαια, το $\mathrm{d}T$ θα είναι θετικό. Έτσι μια πρότυπη διατύπωση της παραπάνω θεωρίας περιλαμβάνει το αρχικό σύστημα και όλα εκείνα που παράγονται από τους μετασχηματισμούς του κατοπτρισμού και της μετατόπισης. Αυτά ονομάζονται πρότυπα συστήματα συντεταγμένων της θεωρίας. Το σύνολο κατοπτρισμών και μεταθέσεων σχηματίζουν μια ομάδα μετασχηματισμών οπότε δεν βγαίνουμε από το σύνολο των μετασχηματισμών αυτών αν τους αντιστρέψουμε ή τους συνδυάσουμε μεταξύ τους. Αυτή η ομάδα ονομάζεται αναλλοίωτη ομάδα της θεωρίας.

Αλλιώς μπορούμε να πούμε ότι η θεωρία είναι αναλλοίωτη υπό τους μετασχηματισμούς κατοπτρισμού και μετατόπισης.

Το πλεονέκτημα της πρότυπης διατύπωσης πολλών συστημάτων έναντι της διατύπωσης που λαμβάνει υπ’οψιν της ένα μόνο σύστημα συντεταγμένων είναι ότι μπορεί να επιλεχθούν οι ιδιότητες του μοντέλου που έχουν φυσική σημασία ή αντιστοιχούν σε γεγονότα, από αυτές που είναι αυθαίρετες.



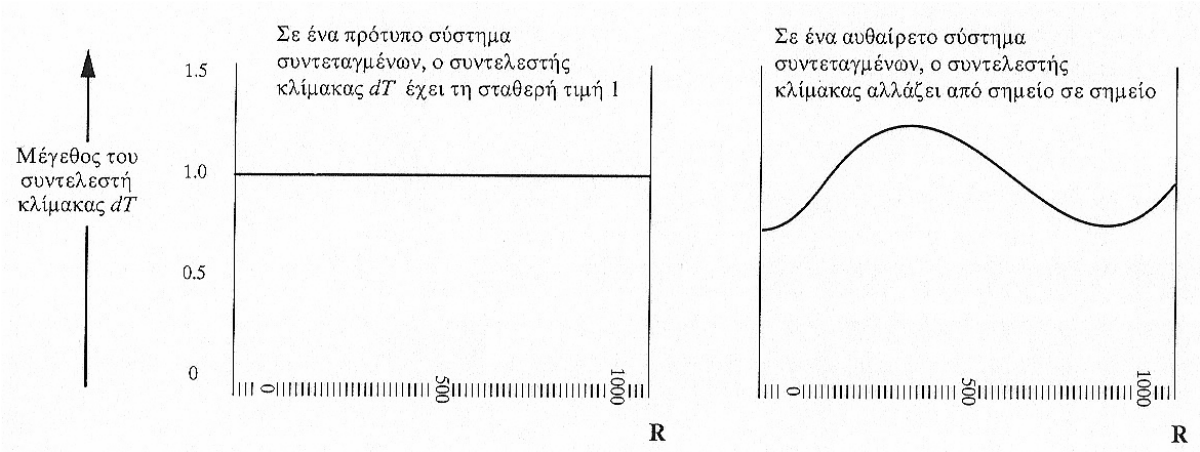
Σχήμα 2.1 Μετρική του χρόνου για τη γραμμική θεωρία του χρόνου

Εδώ απορεί κανείς γιατί η μη αντιστρεπτότητα να συγκαταλέγεται στις αυθαίρετες ιδιότητες. Είναι ανοιχτό το θέμα μιας διαμόρφωσης του συνόλου των συστημάτων ώστε ένα σύστημα να περιλαμβάνει το βέλος του χρόνου. Αυτές οι ιδιότητες που έχουν φυσική σημασία είναι ακριβώς αυτές που παραμένουν ταυτόσημες σε όλα τα συστήματα συντεταγμένων της θεωρίας. Εν κατακλείδι είναι αποδεκτή σήμερα μια αρχή για όλες τις θεωρίες χώρου και χρόνου.

Αντίκρισμα στην πραγματικότητα, ή φυσική σημασία, έχουν εκείνα τα μεγέθη μιας θεωρίας χώρου ή χρόνου που παραμένουν αναλλοίωτα κατά την αναλλοίωτη ομάδα μετασχηματισμών της θεωρίας αυτής.

Η μέθοδος για τον ορισμό της γεωμετρικής δομής ως το αναλλοίωτο μιας ομάδας μετασχηματισμών χρονολογείται από τον Φέλιξ Κλάιν (Felix Klein) που διατυπώθηκε γύρω στο 1870 και στο Edangen

program όπου ο Κλάιν ανέπτυξε μέθοδο για την ενοποίηση των γεωμετριών του 19^{ου} αιώνα.



Σχήμα 2.2 Ο συντελεστής κλίμακας dT σε διάφοα συστήματα συντεταγμένων

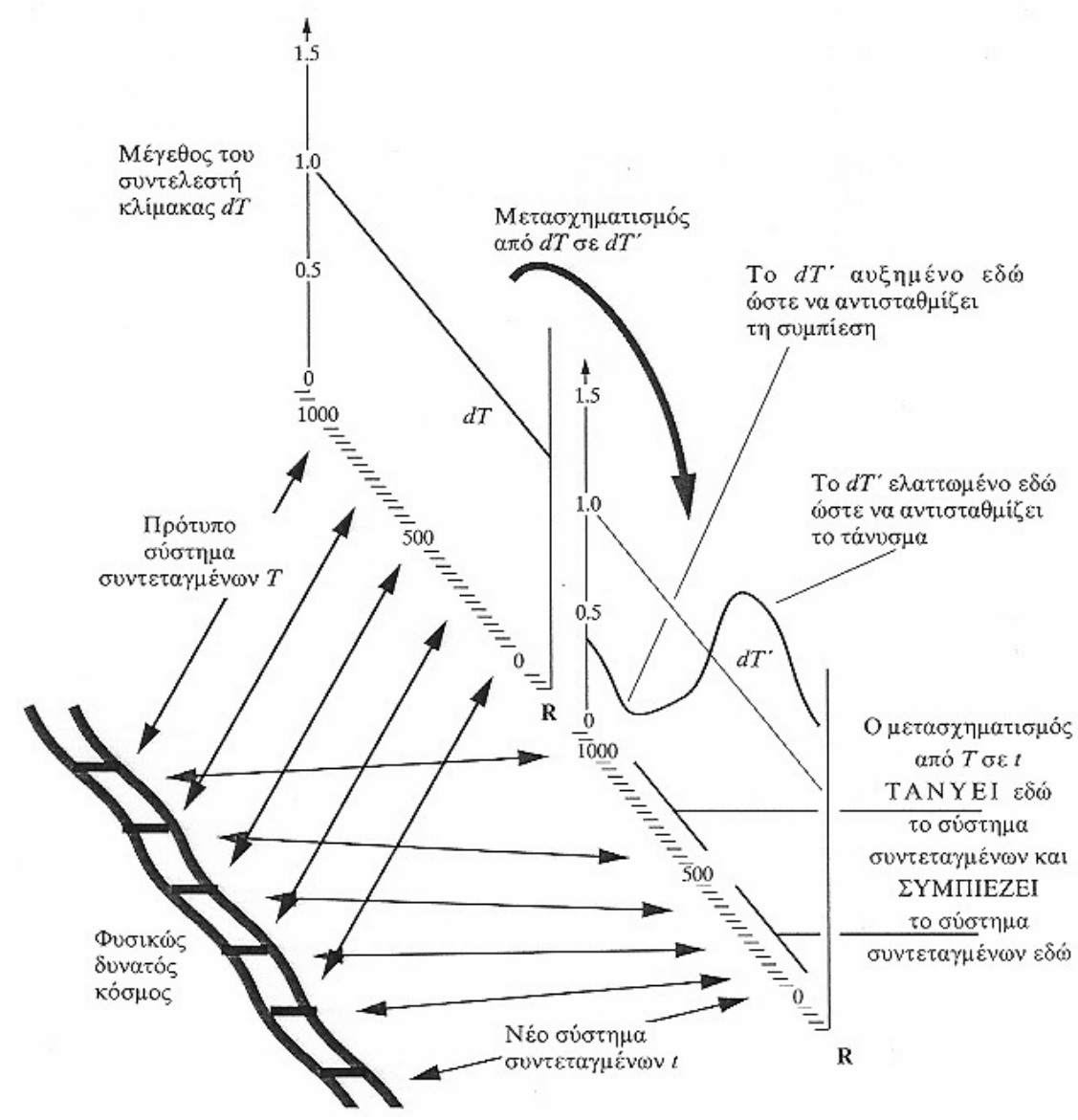
Η γενικά αναλλοίωτη διατύπωση της θεωρίας έχει μοντέλα του τύπου <ℝ, dT > και χρησιμοποιούνται στις θεωρίες του χώρου και του χρόνου ή του χωροχρόνου. Οι αγκύλες συμβολίζουν ένα διατεταγμένο ζεύγος. Το πρώτο μέλος του μοντέλου, η πολλαπλότητα, αντιπροσωπεύει την τοπολογία του εν λόγω χρόνου, χώρου, ή χωροχρόνου και μας πληροφορεί για το πόσες διαστάσεις έχει ο χώρος καθώς και για την όλη τοπολογία ενώ τα άλλα μέλη παρέχουν τις μη τοπολογικές ιδιότητες του χώρου, η χρονική μετρική dT π.χ. μας δίνει τη μετρήσιμη διάρκεια ανάμεσα στις στιγμές. Αν επιθυμούμε να γνωρίζουμε το χρόνο που μεσολαβεί μεταξύ των χρονικών στιγμών ανατρέχουμε σε μέτρηση του χρόνου.

Το σύνολο των μοντέλων της θεωρίας θα περιέχει άπειρα μοντέλα του τύπου <πολλαπλότητα, γεωμετρικό αντικείμενο1, γεωμετρικό αντικείμενο2,……> αφού π.χ. για τους συντελεστές κλίμακας θα έχουμε <ℝ, dT >, <ℝ, dT' >, <ℝ, dT'' >, ……. και τα dT , dT', dT'',…… οι

οποίοι μπορούν να μετασχηματίζονται ο ένας στον άλλο αντιπροσωπεύοντας ένα αναλλοίωτο μέγεθος ή γεωμετρικό αντικείμενο.

Άποψη μας είναι ότι το βέλος του χρόνου πρέπει να είναι ενσωματωμένο στην πολλαπλότητα $\mathbb{R}$ και να αποτελεί μαζί της τον καμβά για τα γεωμετρικά της αντικείμενα και όχι να ενσωματωθεί σαν ένα απλό γεωμετρικό αντικείμενο ή σαν ένα επιπλέον σύνολο μιας πολλαπλότητας με γεωμετρικό αντικείμενο τον μονόφορο θετικό χρόνο t.

Εάν θέλει κάποιος να παραστήσει έναν κυκλικό χρόνο όπου παρελθόν και μέλλον συναντώνται μπορεί να χρησιμοποιήσει μια άλλη πολλαπλότητα, απλή ή συνθετότερη, π.χ. μια απλή μονοδιάστατη και κλειστή όπως είναι η περιφέρεια του κύκλου.



Σχήμα 2.3 Μετασχηματισμός του συντελεστή κλίμακας dT

Παρακάτω παρουσιαζονται χαρακτηριστικοί χρόνοι και αποστασεις για την ταξη μεγέθους των ποσοτήτων που αναφέρονται κατά τόπους στην εργασία.

ΧΡΟΝΟΙ

Έτη	Δευτερόλεπτα		Μέσος χρόνος ζωής του
	10^{18}	Ηλικία του σύμπαντος	
		Ηλικία της γης	U^{238}
10^{9}			
	10^{15}		
		Πρώτοι άνθρωποι	
10^{6}			
	10^{12}		
10^{3}			Ra^{226}

	10^9	Μέσος όρος ζωής ενός ανθρώπου	H^3
1			
	10^6		
		Μια ημέρα	
	10^3	Το φως του ήλιου φτάνει στη γη	Νετρόνιο
	1	Ένας χτύπος καρδιάς	
	10^{-3}	Περίοδος ηχητικών κυμάτων	
	10^{-6}	Περίοδος ραδιοκυμάτων	Μιόνιο
			$\pi^{\pm}$-μεσόνιο
	10^{-9}	Το φως ταξιδεύει 10cm	
	10^{-12}	Περίοδος μοριακής περιστροφής	
	10^{-15}	Περίοδος ατομικής ταλάντωσης	
			π^{o}-μεσόνιο
	10^{-18}	Το φως διασχίζει ένα άτομο	
	10^{-21}		
		Περίοδος πυρηνικής ταλάντωσης	
	10^{-24}	Το φως διασχίζει έναν πυρήνα	παράδοξο σωματίδιο

Πίνακας 2.1 Πίνακας γνωστών χρόνων [The Feynman Lectures on Physics]

ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ		
Έτη φωτός	Μέτρα	
	10^{27}	
		Τέλος του σύμπαντος
10^{9}		
	10^{24}	
10^{6}		Ο πλησιέστερος γαλαξίας
	10^{21}	
		Το κέντρο του γαλαξία μας
10^{3}		
	10^{18}	
		Το πλησιέστερο άστρο
1		
	10^{15}	
		Η ακτίνα της τροχιάς του Πλούτωνα
	10^{12}	
		Απόσταση έως τον Ήλιο
	10^{9}	
		Απόσταση έως τη Σελήνη
	10^{6}	
		Το ύψος της τροχιάς ενός Sputnik
	10^{3}	
		Το ύψος ενός πύργου αναμετάδοσης
	1	Το ύψος ενός παιδιού
	10^{-3}	
		Μέγεθος ενός κόκκου άλατος
	10^{-6}	
		Μέγεθος ενός ιού
	10^{-9}	
		Ακτίνα ενός ατόμου
	10^{-12}	
	10^{-15}	Ακτίνα ενός πυρήνα

Πίνακας 2.2 Πίνακας γνωστών αποστάσεων [The Feynman Lectures on Physics]

2.3 Εξισώσεις Maxwell

Κατά τις εξισώσεις του Maxwell στα φορτισμένα σωματίδια με μάζα, όπως ένα ηλεκτρόνιο, τα οποία κινούνται εκεί όπου υπάρχει συνδυασμός ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων, θα εφαρμοστεί, χάρη στη συνδυασμένη επίδραση των πεδίων, μια δύναμη που ονομάζεται δύναμη Lorentz και η κίνησή τους θα ακολουθήσει τους νόμους του Νεύτωνα.

Πειράματα πάνω σε φορτισμένα σωματίδια μέσα σε ηλεκτρικά ή μαγνητικά πεδία, ή και στα δυο, πιστοποιούν ότι η λύση αυτών των συμμετρικών ως προς το χρόνο εξισώσεων κίνησης αποτελεί πράγματι

σωστή απόδοση της δυναμικής. Όμως πάλι είναι σαφές ότι πολλά ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα έχουν και χρονική φορά. Ουδέποτε βλέπει κανείς φωτεινά κύματα να συγκλίνουν από ένα φωτισμένο δωμάτιο στο νήμα ενός λαμπτήρα όπου και να απορροφούνται στο σύνολο.

2.4 Επαναφορά του Poincare

Σύμφωνα με ένα θεώρημα το οποίο οφείλεται στον Henri Poincare, αν δίνεται ένα αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα χρόνου κάθε απομονωμένο σύστημα θα επιστρέψει στην αρχική του κατάσταση. Αν ο διαθέσιμος χρόνος δεν έχει όρια, κάτι τέτοιο θα το κάνει άπειρες φορές. Αυτό όμως βασίζεται στο ότι τα μεμονωμένα συστήματα έχουν συνήθως περιορισμένο μέγεθος. Μια μπάλα του μπιλιάρδου που περιορίζεται στην επιφάνεια του τραπεζιού θα επιστρέψει στην αρχική της θέση. Στα πραγματικά συστήματα όμως υπάρχουν τόσα πολλά σωματίδια ώστε ο "χρόνος επαναφοράς" να είναι πολλαπλάσιος της σημερινής ηλικίας του σύμπαντος (περίπου 10^{10} χρόνια).

2.5 Μερικά προβλήματα με τους μετασχηματισμούς

Για το Νεύτωνα υπάρχει ο απόλυτος χρόνος (όχι όμως και ο χώρος). Αν 2 παρατηρητές συγχρονίσουν τα ρολόγια τους, τότε και οι δυο θα έχουν ταυτόσημη αντίληψη για το χρόνο, ανεξάρτητα με το πως κινούνται.

Οι εξισώσεις Maxwell όμως για τον ηλεκτρομαγνητισμό δεν παραμένουν αμετάβλητες στους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου. Ο ηλεκτρομαγνητισμός έδειξε να προτιμά ένα συγκεκριμένο σύστημα αναφοράς και επανέφερε το φάντασμα του απόλυτου χώρου.

Όμως ο Lorentz μ' ένα νέο μετασχηματισμό άφηνε αμετάβλητες τις εξισώσεις Maxwell. Ο περίεργος αυτός μετασχηματισμός φαινόταν να αναμειγνύει τις συντεταγμένες του χώρου και του χρόνου τις οποίες χρησιμοποιούσαν δυο παρατηρητές σε ομαλή σχετική κίνηση, κατά τρόπο ώστε οι νόμοι διάδοσης του φωτός να είναι ανεξάρτητοι από την ταχύτητα.

2.6 Σχετικότητα

Με την εργασία του ο Αϊνστάιν διέλυσε την ιδέα του απόλυτου χρόνου. Ο χρόνος πλέον διαστέλλεται ή συστέλλεται. Έτσι ο χρόνος που μετράει ένα ρολόι εξαρτάται από την ταχύτητα του ρολογιού και, αν ληφθεί υπόψιν η βαρύτητα, ακόμα και από την θέση του στο χώρο. Εξίσου βαρύ για την κοινή λογική είναι ότι η ταχύτητα του φωτός είναι σταθερή ανεξάρτητα από την κίνηση της φωτεινής πηγής.

Τώρα τα κινούμενα ρολόγια κτυπάνε πιο αργά για ακίνητο παρατηρητή. Η διαστολή του χρόνου έχει επαληθευθεί πειραματικά πολλές φορές. Κάποια στοιχειώδη σωματίδια, τα λεγόμενα μιόνια, τα οποία δημιουργούνται στην ατμόσφαιρα της Γης και σε ύψος δέκα χιλιομέτρων λόγω της πρόσκρουσης εξαιρετικά γρήγορων σωματιδίων, τα οποία είναι γνωστά ως κοσμικές ακτίνες, υφίστανται τόσο γρήγορα μια ραδιενεργό διάσπαση (στο δικό τους σύστημα ηρεμίας) ώστε τα περισσότερα δεν θα έφταναν σε εμάς εάν φυσικά ο χρόνος διάσπασής τους δεν διαστελλόταν στο δικό μας σύστημα αναφοράς. Αν τα ρολόγια τους χτυπούσαν σαν να ήταν σε ηρεμία τότε θα ταξίδευαν μόνο γύρω στα 600 μέτρα προτού διασπαστούν· από τη δική τους οπτική δεν ζουν περισσότερο.

Κατά κάποιο τρόπο ο Αϊνστάιν εξάλειψε τις ιδέες του απόλυτου χώρου και του απόλυτου χρόνου, εισήγαγε όμως τον απόλυτο χωροχρόνο. Έτσι στην σχετικότητα ο χώρος και ο χρόνος μπορεί να αντιμετωπισθούν ως τετραδιάστατο μέγεθος. Η διαφορά όμως είναι πως θέλουμε να δείξουμε ότι ο χρόνος είναι μιας κατεύθυνσης ενώ για το χώρο δεν υπάρχει τέτοιος περιορισμός.

Στην ειδική θεωρία της σχετικότητας και για την περιγραφή συμβάντων περιορισμένων σε τοπικές περιοχές του χωροχρόνου, οι μετασχηματισμοί Lorentz παραμένουν σε ισχύ καθώς ο χωροχρόνος φαίνεται επίπεδος σε μικρές κλίμακες ενώ εμφανίζει καμπυλότητα σε μεγάλη κλίμακα. Η έκταση της καμπυλότητας καθορίζεται από την κατανομή της ύλης: όσο μεγαλύτερη είναι η πυκνότητα της ύλης τόσο μεγαλύτερη είναι η καμπυλότητα του χωροχρόνου.

Έτσι στη γενική σχετικότητα ο χρόνος είναι απλώς μια συντεταγμένη που χαρακτηρίζει τα συμβάντα στο σύμπαν. Δεν έχει κανένα νόημα έξω από τη χωροχρονική πολλαπλότητα.

Οι Penrose και Hawking (1965-1970) έδειξαν ότι αν η συμπεριφορά του σύμπαντος ορίζεται από τις εξισώσεις της γενικής σχετικότητας τότε πρέπει να υπήρξε κάποτε στο παρελθόν μια ιδιομορφία τύπου Μεγάλης Έκρηξης.

Οι ιδιομορφίες βρίσκονται εκεί όπου ο χώρος και ο χρόνος φτάνουν στο τέλος τους ή στην αρχή του. Υπάρχουν λύσεις των εξισώσεων της γενικής σχετικότητας στις οποίες ένας αστροναύτης θα μπορούσε να πέσει μέσα σε μια μαύρη τρύπα, να αποφύγει να κτυπήσει την ιδιομορφία, να περάσει μέσα από μια μικρή δίοδο και να βγει έξω από μια άσπρη τρύπα η οποία είναι το αντίστροφο στο χρόνο μιας μαύρης τρύπας. Αυτό το χαρακτηριστικό οφείλεται στο γεγονός ότι η γενική σχετικότητα είναι θεωρία συμμετρική ως προς το χρόνο. Όπως απέδειξε ο Kurt Gödel το 1949, σύμφωνα με τις εξισώσεις του Αϊνστάιν,

στο κοσμολογικό μοντέλο του περιστρεφόμενου σύμπαντος, το οποίο ικανοποιεί τις εξισώσεις αυτές, επιτρέπονται τα ταξίδια στο παρελθόν. Αυτό μπορεί να απορριφθεί όμως ως μια λύση των εξισώσεων που δεν έχει φυσικό νόημα.

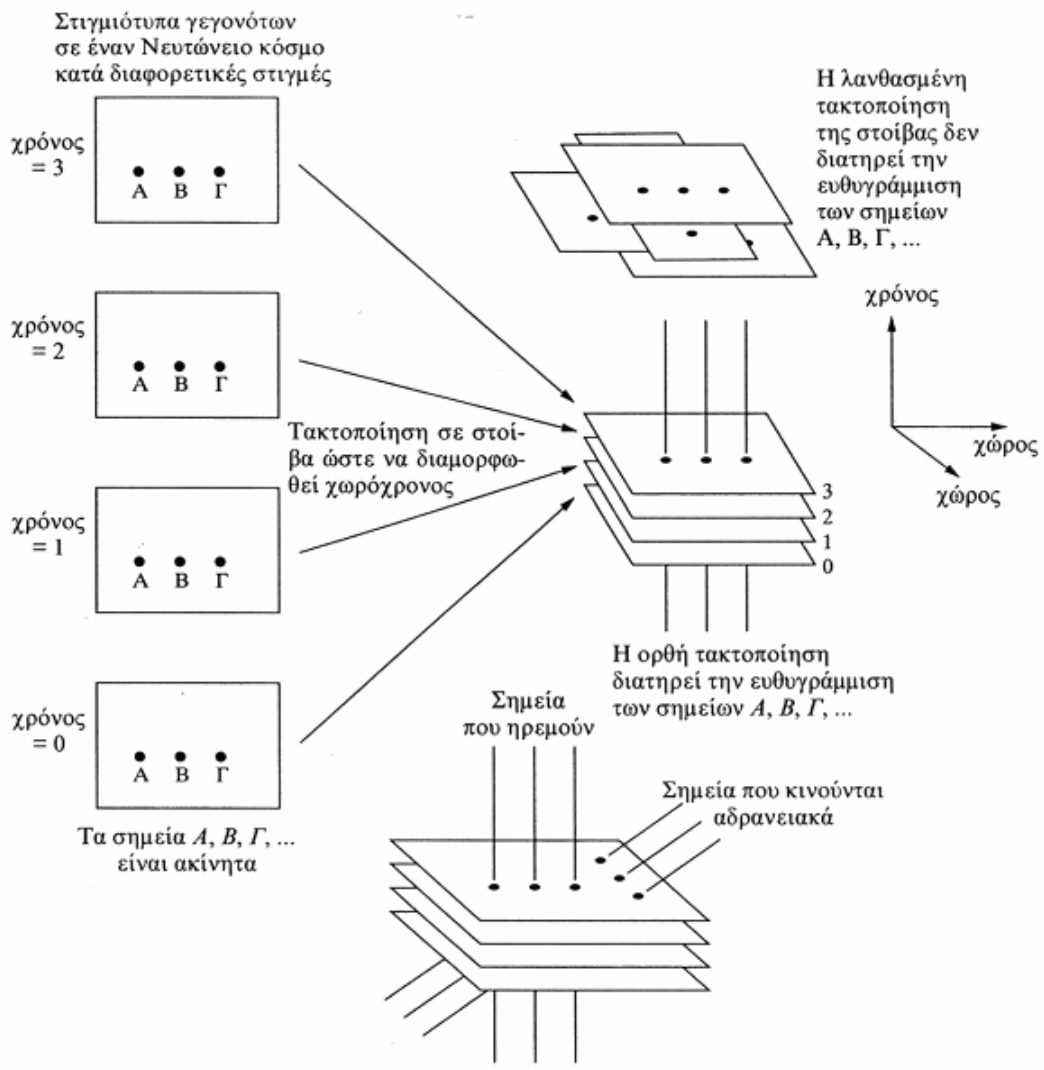
Ο Αϊνστάιν επέμενε στο αμετάβλητο της αιτιοκρατίας για όλους τους παρατηρητές σε αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Όλες οι εξισώσεις, είτε στην ειδική είτε στην γενική θεωρία, έχουν, με την ευρεία έννοια, την ίδια αιτιοκρατική δομή και τα ίδια αντιστρεπτά ως προς το χρόνο χαρακτηριστικά της μηχανικής του Νεύτωνα. Δεν υπάρχει διάκριση ανάμεσα στο χρόνο που τρέχει προς τα εμπρός ή προς τα πίσω. Γι' αυτό αναγκάζεται κανείς να εισάγει με αυθαίρετο τρόπο υποθέσεις όπως της "κοσμικής λογοκρισίας" και της απαγόρευσης των ταξιδιών στο χρόνο. Έτσι για παράδειγμα η μετρική που προσδιορίζει τις γεωμετρικές ιδιότητες του χωροχρόνου αλλά και οι εξισώσεις τις οποίες γεννάει μένουν απαράλλαχτες αν αντικαταστήσει κανείς στις εξισώσεις μια θετική τιμή του χρόνου με μια αρνητική.

2.7 Κβαντική θεωρία

Η κβαντομηχανική απαιτεί το βέλος του χρόνου περισσότερο ίσως απο οτι θεωρίες που είχαν προηγηθεί. Αν συγκριθεί με την ορμή και την ενέργεια, ο χρόνος έχει δεύτερο ρόλο στην κβαντική μηχανική. Είναι δυνατό να πάρει κανείς αξιοπρόσεκτες πληροφορίες από την κυματοσυνάρτηση χρησιμοποιώντας τους τελεστές. Δεν υπάρχει όμως τελεστής για το χρόνο επειδή στην κβαντική μηχανική δεν θεωρείται μετρήσιμο μέγεθος. Γι' αυτό το λόγο και η σχέση απροσδιοριστίας ενέργειας - χρόνου είναι κάπως ασαφής. Όταν συμβαίνει η κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης (reduction of the wavefunction) η πληθώρα

δυνατοτήτων ανάγεται σε ένα μόνο πραγματικό συμβάν το οποίο αφαιρεί τη συμμετρία ανάμεσα στην παρελθούσα κατάσταση του συστήματος και τη μελλοντική του. Πράγματι, εάν επιχειρήσουμε να χρησιμοποιήσουμε την αναδρομική πρόβλεψη του παρελθόντος από ένα δεδομένο αποτέλεσμα μέτρησης τότε λαμβάνουμε εσφαλμένα αποτελέσματα.

Η πράξη της μέτρησης εισάγει το βέλος του χρόνου, οι εξισώσεις όμως του Schrödinger είναι αντιστρεπτές και αιτιοκρατικές. Η κατάρρευση όμως της κυματοσυνάρτησης είναι μη αντιστρεπτή διαδικασία και παρέχει ενδείξεις για την ύπαρξη του βέλους του χρόνου.



Ο τρόπος σχηματισμού του Νευτώνειου χωρόχρονου.

Κεφάλαιο 3.

Συμμετρίες και νόμοι διατήρησης στην κλασική και κβαντική μηχανική

3.1 Διατήρηση της ενέργειας σε ένα σύστημα και συμμετρία μεταφοράς χρόνου

Τόσο στην Κλασική Μηχανική όσο και στην Κβαντομηχανική, η διατήρηση της ενέργειας σ' ένα απομονωμένο κλειστό σύστημα θεωρείται το αναγκαστικό αποτέλεσμα της αρχής της ομοιογένειας του χρόνου.

Η ενέργεια είναι διατηρήσιμο μέγεθος κατά την κίνηση μέσα σε ένα χρονικά ανεξάρτητο εξωτερικό πεδίο. Η χρονική ανεξαρτησία μπορεί να θεωρηθεί και σαν συμμετρία μεταφοράς χρόνου μιας και όποτε ελέγξουμε το σύστημα το πεδίο εξακολουθεί να είναι το ίδιο. Σε αυτό το σύστημα δεν έχει σημασία η αρχή του χρόνου αλλά μόνο η αρχική του κατάσταση. Αυτή η φυσική απαίτηση αποκαλείται συνήθως αρχή της ομοιογένειας του χρόνου.

Αντίστοιχα, αν επεκταθούμε σε άλλες ανεξαρτησίες θα έχουμε και τις αντίστοιχες συμμετρίες. Για παράδειγμα η χωρική μετατόπιση έχει ως συνέπεια την διατήρηση της ορμής ενώ συμμετρία ως προς την στροφή έχει ως αποτέλεσμα την διατήρηση της στροφορμής.

3.2 Αντιστροφή του χώρου (P)

Μπορούμε να δούμε σαν αντιστροφή του χώρου την πράξη r → -r οπότε κάθε σημείο του χώρου απεικονίζεται στο αντιδιαμετρικό του ως προς την αρχή. Εξετάζοντας την περίπτωση ενός δυναμικού όπου έχουμε V(r) = V(-r) η Χαμιλτονιανή παραμένει επίσης αμετάβλητη αφού η λαπλασιανή ∇^2 περιέχει παραγώγους δευτέρας τάξεως ως προς το r. Έτσι στα δυναμικά V(r) με άρτια συνάρτηση του r, η $\mathcal{H}$ παραμένει αναλλοίωτη στην αντιστροφή του χώρου. Βάσει των προηγούμενων θα πρέπει αυτή η συμμετρία να δίνει επαγωγικά (ότι αυτό σημαίνει) ένα διατηρήσιμο μέγεθος.

Ένα τέτοιο μέγεθος είναι ο τελεστής πάριτυ ή τελεστής αντιστροφής χώρου ή τελεστής ισοτιμίας (parity operator) Αυτός ο τελεστής είναι ερμιτιανός με $P^2 = 1$ και ιδιοτιμές ±1 πραγματοποιεί πάνω στις κυματοσυναρτήσεις την πράξη της αντιστροφής, δηλαδή $P\psi(r) = \psi(-r)$.

Για να διατηρείται η ισοτιμία πρέπει η χαμιλτονιανή να έχει συμμετρία αντιστροφής χώρου αυτό πρακτικά σημαίνει ότι αν η κυματοσυνάρτηση ενός φυσικού συστήματος στο παραπάνω σύστημα σε μια δεδομένη χρονική στιγμή είναι π.χ. άρτια ή περιττή, θα παραμείνει άρτια ή περιττή, αντίστοιχα.

Αυτές οι σκέψεις φαίνεται να οδηγούν σε ανάλογα συμπεράσματα και για το χρόνο, όμως, όπως είναι γνωστό, για το χρόνο δεν υπάρχει αντίστοιχος ερμιτιανός τελεστής.

Επίσης εκεί όπου εμπλέκεται ο χρόνος, όπως στην ταχύτητα με το θεώρημα του Ehrenfest, για να πάρουμε τις κλασικές εξισώσεις κίνησης θα πρέπει να πάρουμε τις μέσες τιμές των φυσικών μεγεθών, όπως για

παράδειγμα της θέσης. Έτσι στην εξέλιξη του συστήματος στο χρόνο περνάμε στις πιθανότητες, οπότε και καταρρέει κάθε προσπάθεια ανάλογης αντιστροφής του χρόνου ακόμα και στα συστήματα με σταθερή ενέργεια, όπου όπως αναφέρθηκε είναι ανεξάρτητα του χρόνου.

Για να περνάμε από την κβαντομηχανική στην κλασική μηχανική τα απαραίτητα θεωρήματα με τις συμβάσεις τους, όπως το ανωτέρω, μας εμποδίζουν να αντιστρέψουμε το χρόνο καθώς χρησιμοποιούν όρους πιθανοτικούς, άρα μη αντιστρέψιμους στο χρόνο.

Αναλυτικά η αντιστροφή του χώρου r → -r σε καρτεσιανές συντεταγμένες δίνεται από το (x, y, z) → (-x, -y, -z) ενώ σε πολικές συντεταγμένες από το μετασχηματισμό r → r, θ → π-θ, φ → φ+π. Με την αντιστροφή, ένα δεξιόστροφο σύστημα συντεταγμένων μετατρέπεται σε αριστερόστροφο.

Μερικά φυσικά μεγέθη ανταποκρίνονται στο μετασχηματισμό αντιστροφής όπως παρακάτω: $\vec{r} \to -\vec{r}$, $\vec{p} \to -\vec{p}$ ορμή, $\vec{\sigma} \to \vec{\sigma}$ σπίν, $\vec{\mathrm{E}} \to -\vec{\mathrm{E}}$, ηλεκτρικό πεδίο, $\vec{\mathrm{B}} \to \vec{\mathrm{B}}$ μαγνητικό πεδίο, $\vec{J} \to \vec{J}$ στροφορμή, $\vec{\sigma} \cdot \vec{B} \to \vec{\sigma} \cdot \vec{B}$ μαγνητική διπολική ροπή, $\vec{\sigma} \cdot \vec{P} \to \vec{\sigma} \cdot \vec{P}$ διαμήκης πόλωση, $\vec{\sigma} \cdot \vec{\mathrm{E}} \to -\vec{\sigma} \cdot \vec{\mathrm{E}}$ ηλεκτρική διπολική ροπή. Τα αξονικά διανύσματα δεν αλλάζουν σημείο με την αντιστροφή.

Η μελέτη των φαινομένων τα οποία οφείλονται στη βαρύτητα, τις ηλεκτρομαγνητικές και τις ισχυρές δυνάμεις έδειξε ότι δεν υπάρχουν φαινόμενα τα οποία να διαφοροποιούνται όταν κάνουμε χωρική αντιστροφή. Δηλαδή τα αποτελέσματα των πειραμάτων είναι αναλλοίωτα σε σχέση με τα δεξιόστροφα ή τα αριστερόστροφα συστήματα συντεταγμένων, έχουμε λοιπόν διατήρηση της ομοτιμίας.

Στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις όμως, αυτό δεν συμβαίνει [Lee Yang 1956] όπως έδειξαν οι προαναφερόμενοι με πείραμα στη διάσπαση

$$^{60}Co \to {}^{60}Ni^{*} + e^{-} + \nu_e$$

η ομοτιμία (parity) η χωρική αντιστροφή επηρρεάζει τις διαδικασίες των ασθενών αλληλεπιδράσεων.

Υπό αυτήν την έννοια μπορούν να διαχωριστούν δύο συστήματα συντεταγμένων τα δεξιόστροφα από τα αριστερόστροφα αφού στο παραπάνω πείραμα με το κοβάλτιο τα εκπεμπόμενα ηλεκτρόνια εκπέμπονται προς τη διεύθυνση η οποία είναι παράλληλη με το σπιν των πυρήνων του κοβαλτίου. δηλαδή αν στην αρχή του θεωρούμενου συστήματος συντεταγμένων τοποθετήσουμε έναν πολωμένο πυρήνα κοβαλτίου, έτσι ώστε η διεύθυνση του σπιν να αντιστοιχεί σε στροφή από τον άξονα x στον άξονα y δεξιόστροφο σύστημα συντεταγμένων μπορεί να είναι εκείνο στο οποίο ο άξονας z συμπίπτει με την αντίθετη φορά από αυτή την οποία προτιμούν τα εκπεμπόμενα ηλεκτρόνια.

3.3 Η Συζυγία φορτίου C

Όπως είναι γνωστό σε κάθε σωμάτιο αντιστοιχεί και ένα αντισωμάτιο το οποίο έχει την ίδια μάζα και αντίθετους όλους τους προσθετικούς αριθμούς, δηλαδή το ηλεκτρικό φορτίο Q, τον βαρυονικό αριθμό B, την παραδοξότητα S κ.τ.λ.

Ο τελεστής C της συζυγίας φορτίου αντικαθιστά κάθε σωμάτιο ενός συστήματος με το αντισωμάτιό του, δηλαδή η συζυγία φορτίου κάνει αντίθετους όλους τους προσθετικούς αριθμούς οι οποίοι χαρακτηρίζουν ένα σωμάτιο. Δεν επηρεάζει το σπιν και αντιστρέφει την μαγνητική ροπή. Διατηρείται στις ηλεκτρομαγνητικές και ισχυρές αλληλεπιδράσεις και από την βαρύτητα, παρά τις επίμονες έρευνες δεν έχει βρεθεί παραβίαση της διατήρησης μέχρι τώρα. Παραβιάζεται όμως πλήρως στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις.

3.4 Συμμετρία CP

Στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις παραβιάζεται τόσο η ομοτιμία όσο και η συζυγία φορτίου C, παραβιάζεται όμως με τέτοιο τρόπο ώστε ο συνδυασμός CP να διατηρείται εκτός από τις ασθενείς διασπάσεις των ουδέτερων k-μεσονίων όπου δεν διατηρείται περίπου σε ποσοστό 0.1%.

3.5 Αντιστροφή του χρόνου T

Ένα σύστημα θεωρείται ότι έχει συμμετρία με αντιστροφή του χρόνου εάν ενώ αυτό έχει εξελιχθεί από μια αρχική κατάσταση σε μια τελική είναι δυνατόν ξεκινώντας από την τελική κατάσταση να μπορούμε να φτάσουμε στην αρχική αντιστρέφοντας την φορά κίνησης των συνιστωσών του συστήματος όπως για παράδειγμα η πλάγια βολή ή η ελαστική κρούση κ.α.

Στην χρονική αντιστροφή έχουμε τις παρακάτω αλλαγές ή μη στα διάφορα φυσικά μεγέθη:

$\vec{r} \to \vec{r}$, $\vec{p} \to -\vec{p}$ ορμή, $\vec{\sigma} \to -\vec{\sigma}$ σπίν, $\vec{\mathrm{E}} \to \vec{\mathrm{E}}$, ηλεκτρικό πεδίο, $\vec{\mathrm{B}} \to -\vec{\mathrm{B}}$ μαγνητικό πεδίο, $\vec{\sigma} \cdot B \to \vec{\sigma} \cdot B$ μαγνητική διπολική ροπή, $\vec{\sigma} \cdot P \to \vec{\sigma} \cdot P$ διαμήκης πόλωση, $\vec{\sigma} \cdot E \to -\vec{\sigma} \cdot E$ ηλεκτρική διπολική ροπή.

Ο τελεστής T είναι αντιμοναδιαίος (antiunitary) και μη γραμμικός και άρα όχι ερμιτιανός και δεν υπάρχει καμία φυσική ποσότητα να αντιστοιχεί σε αυτόν. Οι δε ιδιοτιμές του δεν είναι μετρήσιμες φυσικές ποσότητες.

3.6 Θεώρημα CPT

Σαν σύνθεση των παραπάνω στην Κβαντική Θεωρία Πεδίου προκύπτει το βασικό θεώρημα των Luders – Pauli, γνωστό και ως θεώρημα CPT, όπου το γινόμενο CPT παραμένει αναλλοίωτο σ' όλες τις αλληλεπιδράσεις ανεξάρτητα με τη σειρά με την οποία παίρνουμε τους τρεις τελεστές C, P και T. Αυτό το θεώρημα ισχύει για κάθε Κβαντική Θεωρία Πεδίου η οποία είναι αναλλοίωτη από τους μετασχηματισμούς Lorentz και σέβεται την αρχή της μικροαιτιότητας (microcasuality), δηλαδή σωστή αντιστοιχία μεταξύ σπιν και στατιστικής.

Σημαντικά συμπεράσματα τα οποία επαληθεύονται πειραματικά είναι ότι κάθε σωμάτιο και το αντίστοιχο αντισωμάτιό του θα πρέπει να έχουν την ίδια μάζα, τον ίδιο χρόνο ζωής και το ίδιο spin.

Μια πειραματική απόδειξη ότι παραβιάζεται η συμμετρίαT είναι να μετρήσουμε την ηλεκτρική διπολική ροπή κάποιου σωματίου, π.χ. του νετρονίου. Εάν η συμμετρία T δεν παραβιάζεται τότε η διπολική ηλεκτρική ροπή θα πρέπει να είναι μηδέν. Έτσι η διπολική ηλεκτρική ροπή $\vec{\sigma}\cdot\vec{E}$ με την επίδραση των P και T γίνεται αντίστοιχα $-\vec{\sigma}\cdot\vec{E}$ και $-\vec{\sigma}\cdot\vec{E}$. Αλλάζει λοιπόν πρόσημο και η ύπαρξη μιας μη μηδενικής διπολικής ροπής θα είναι μια απόδειξη ότι οι συμμετρίες P, T και φυσικά η CP παραβιάζονται. Στα διάφορα πειράματα που έγιναν και γίνονται και σε πρόσφατες μετρήσεις έχει βρεθεί ότι έχει τιμή $(-1.1 \pm 0.8)\cdot 10^{-25}$ ecvn.

Στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε την συμπεριφορά των διαφόρων αλληλεπιδράσεων στις συμμετρίες P, C, T και των συνδυασμών τους. Το + σημαίνει διατήρηση και το – παραβίαση.

Αλληλεπιδράσεις	P	C	CP	T	CPT
Ισχυρές	+	+	+	+	+
Ηλεκτρομαγνητικές	+	+	+	+	+
Ασθενείς	-	-	+	+	+
(μικρό ποσοστό Ασθενών)	-	-	-	-	+
Βαρύτητα	+	+	+	+	+

Έχει βρεθεί ότι σημαντικοί νόμοι της φυσικής έχουν άμεση σχέση με κάποια συμμετρία. Η συμμετρία γενικά περιγράφεται στα μαθηματικά με την θεωρία ομάδων. Σημαντικό θεώρημα είναι αυτό της Noether όπου αποδεικνύει ότι:

Για κάθε συνεχή συμμετρία που διέπει ένα ιδιαίτερο φυσικό φαινόμενο (δηλαδή αφήνει αναλλοίωτη την αντίστοιχη συνάρτηση Lagrange) υπάρχει μια φυσική ποσότητα η οποία διατηρείται. Η ποσότητα αυτή δίνεται από τον γεννήτορα της αντίστοιχης ομάδας.

Έτσι έχουμε για παράδειγμα τις ακόλουθες συνέπειες του θεωρήματος:

- Το γεγονός ότι όλα τα φυσικά συστήματα είναι αναλλοίωτα σε μετατοπίσεις στον χρόνο έχει ως αποτέλεσμα την διατήρηση της ενέργειας.
- Το γεγονός ότι τα φυσικά συστήματα είναι αναλλοίωτα σε μετατοπίσεις στον χώρο έχει ως αποτέλεσμα την διατήρηση της ορμής.
- Το γεγονός ότι τα φυσικά συστήματα είναι αναλλοίωτα σε περιστροφές στον χώρο έχει ως αποτέλεσμα την διατήρηση της στροφορμής.

Με την εφαρμογή του θεωρήματος της Noether έχουν βρεθεί οι συμμετρίες στις οποίες οφείλεται και η διατήρηση και άλλων φυσικών μεγεθών όπως για παράδειγμα του ηλεκτρικού φορτίου η διατήρηση του οποίου οφείλεται στο ότι η συνάρτηση Lagrange παραμένει αναλλοίωτη σε αυθαίρετες μετατοπίσεις της φάσης των κυματοσυναρτήσεων των φορτισμένων σωματιδίων.

Αυτό δεν σημαίνει όμως ότι η διατήρηση της ενέργειας πρέπει να δώσει την συμμετρία του χρόνου, δηλαδή την αντιστροφή του, αφού ένα σύστημα το οποίο ξεκινά με δεδομένη αρχική κινητική και δυναμική ενέργεια μπορεί να βρεθεί σε μια θέση με την ίδια μηχανική ενέργεια αλλά αντιστρέφοντας τον χρόνο με ελεύθερο το διάνυσμα της ταχύτητας μπορεί να βρεθεί σε άπειρες θέσεις με την ίδια μηχανική ενέργεια την οποία είχε στην αρχή και όχι απαραίτητα μόνο στην αρχική του θέση.

Κεφάλαιο 4.

Ο χρόνος στη θερμοδυναμική και γενικά στην κλασική μηχανική.

"Η εικόνα που έχουμε σήμερα για την πραγματικότητα όσον αφορά την φύση του χρόνου είναι έτοιμη για ένα σοβαρό πλήγμα μεγαλύτερο ίσως από εκείνο των θεωριών της σχετικότητας και της κβαντικής μηχανικής" από το The Emperor's New Mind του Roger Penrose.

4.1 Κλασική μηχανική-θερμοδυναμική

Οι παρατηρήσεις στη φύση οδηγούν στο συμπέρασμα ότι υπάρχει η τάση αν ένα σύστημα αφεθεί στους δικούς του μηχανισμούς να μειωθεί η οργάνωσή του και να αυξηθεί η αταξία του. Όταν ολοκληρωθούν οι οποιεσδήποτε μεταβολές και φτάσει το σύστημα στην ισορροπία η εντροπία θα είναι μέγιστη. Η κατεύθυνση του χρόνου είναι εμφανής στο 2 νόμο της θερμοδυναμικής ο οποίος λόγω της σπουδαιότητάς του ίσως απαντάται με πολλές διατυπώσεις τουλάχιστον 20 κατά τον Αμερικανό David Hull. Παρόλα αυτά σήμερα μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα πως κακώς θεωρείται ότι η θερμοδυναμική αποκλείει τη φυσιολογική

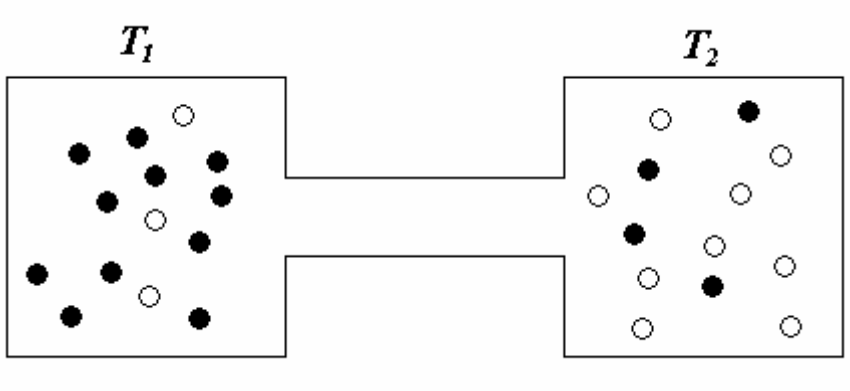
δημιουργία τάξης προϊόντος του χρόνου, τουλάχιστον μακριά από την ισορροπία.

Το 1850 ο Clausius παρατήρησε ότι ενώ έργο και θερμότητα είναι ισοδύναμα, η θερμότητα δεν μπορεί να γίνει έργο εξ' ολοκλήρου. Θεωρητικά είναι ο πατέρας του βέλους του χρόνου.

Ο Kelvin διατύπωσε τον $2^{ο}$ νόμο με σκεπτικό ότι η θερμότητα σε μια διεργασία δεν μπορεί να έχει μόνο σαν αποτέλεσμα έργο. Ο Clausius παρατήρησε ότι ο διασκορπισμός ενέργειας δημιουργούσε μεγάλη ασυμμετρία ανάμεσα στην θερμότητα και το έργο. Η απώλεια της θερμότητας είναι μη αντιστρεπτή. Από τον $2^{ο}$ νόμο συνάγεται ότι όλοι οι μετασχηματισμοί ενέργειας είναι μη αντιστρεπτοί. Το 1865 ο Clausius διέκρινε τις αντιστρεπτές από τις μη αντιστρεπτές διαδικασίες εισάγοντας την έννοια της εντροπίας, ένα μέγεθος το οποίο αυξάνεται συνεχώς με το διασκορπισμό της ενέργειας και παίρνει την μεγαλύτερη τιμή του όταν έχει τελειώσει η τάση για να παραχθεί πλέον έργο, στην ισορροπία δηλαδή. Το όνομα αυτής της νέας έννοιας προήλθε από τις λέξεις εν και τροπή.

Είναι η σημαντικότερη έννοια της θερμοδυναμικής και παρέχει το βέλος του χρόνου αφού η αύξηση της εντροπίας δίνει την προς τα εμπρός κατεύθυνση του χρόνου. Η χρονική εξέλιξη ενός μονωμένου συστήματος σταματά όταν η εντροπία φτάσει στην μέγιστη τιμή της όταν πλέον θα υπάρχει στο σύστημα η μέγιστη αταξία δηλ. στη θερμοδυναμική ισορροπία. Αυτό συμβαίνει στα μεμονωμένα συστήματα Στα κλειστά και ανοιχτά συστήματα χρησιμοποιούμε την ελεύθερη ενέργεια η οποία παίρνει την ελάχιστη τιμή της στην ισορροπία. Η ελεύθερη ενέργεια είναι σημαντική αφού περιγράφει την ισορροπία σε κλειστά συστήματα όπως μαγνητικά υλικά είτε ψυγεία είτε χημικώς αντιδρώντα μείγματα. Εντροπία και ελεύθερη ενέργεια είναι τα θερμοδυναμικά δυναμικά.

Υπάρχει η εσφαλμένη αντίληψη ότι εντροπία ισοδυναμεί με την αταξία. Η συσκευή θερμοδιάχυσης μας δίνει την ένδειξη ότι μη αντιστρεπτές διαδικασίες στην μη ισορροπία μπορούν να οδηγήσουν σε οργάνωση. Η φυσιολογική τάση των μακροσκοπικών συστημάτων είναι να ακολουθούν το δρόμο τους κατά την φορά του βέλους του χρόνου. Το σύστημα όμως μπορεί πριν καταλήξει στην ισορροπία να σταματήσει την διαδρομή του. (βλ. παρακάτω σχήμα).



Σχήμα 4.1. *Εξαιτίας της διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ των δυο δοχείων, τα «μαύρα» μόρια έχουν υψηλότερη συγκέντρωση στο αριστερό δοχείο (θερμική διάχυση)*

Στο δοχείο περιέχεται μείγμα υδρογόνου και υδροθείου. Αν θερμάνουμε το μείγμα αυτό θα αποκτούσε μεγαλύτερη αταξία. Όσο μεγαλύτερη είναι η θερμότητα τόσο πιο άτακτα θα περιφέρονται τα μόρια του αερίου στο δοχείο. Αν εμποδίσουμε το σύστημα να φτάσει στην ισορροπία διατηρώντας μια μικρή διαφορά θερμοκρασίας στα απέναντι τοιχώματα του δοχείου τότε τα πειράματα αποκαλύπτουν ότι γίνεται ένας βαθμιαίος διαχωρισμός των αερίων κατά μήκος του δοχείου: Η θερμότερη περιοχή είναι πλουσιότερη στο ελαφρύτερο αέριο του υδρογόνου ενώ η ψυχρότερη άκρη έχει μεγαλύτερη συγκέντρωση του βαρύτερου υδροθείου. Αυτό είναι το φαινόμενο της θερμοδιάχυσης και

παρατηρείται στην συγκέντρωση των χημικών ουσιών στα δοχεία αποθήκευσης πετρελαίου. Δηλαδή θερμαίνουμε το δοχείο, αυξάνεται η εντροπία και όμως παράγεται μια λιγότερο τυχαία διάταξη των μορίων. Δηλαδή από την τυχαιότητα μπορεί να αναδυθεί αυθόρμητα η δομική οργάνωση. Εν προκειμένω αυτό επιτυγχάνεται με την βαθμιαία αύξηση της συγκέντρωσης υδρογόνου και την επαγόμενη μείωση του υδροθείου κατά μήκος της θερμοκρασιακής διαβάθμισης του δοχείου. Μη αντιστρεπτές διαδικασίες στην μη ισορροπία μπορούν να οδηγήσουν σε οργάνωση. Εάν για κάποιο διάστημα ασκείται μια μικρή εξωτερική επιρροή που κρατά το σύστημα έξω από την ισορροπία το σύστημα θα παραμένει σε σταθερή κατάσταση και δεν θα καταρρέει στην πλήρη τυχαιότητα. Η συνολική εντροπία μπορεί να αυξάνεται αλλά ο ρυθμός παραγωγής εντροπίας βρίσκεται στην κατώτατη τιμή μόλις επικρατεί η τελική διαβάθμιση συγκέντρωσης των αερίων. Ο Prigogine έδειξε ότι μακριά από την ισορροπία το σύστημα θα εξελιχθεί προς ένα σημείο όπου ο ρυθμός παραγωγής εντροπίας θα είναι ελάχιστος. Έγινε αντιληπτό ότι στάσιμες καταστάσεις μπορούν να γίνουν ασταθείς όταν βρίσκονται μακριά από την ισορροπία και μπορεί να προκύψει σημείο διακλάδωσης όπου το σύστημα θα εξελιχθεί σε άλλη κατάσταση με οργανωμένη συμπεριφορά στο χρόνο και το χώρο, π.χ. σε χημικές αντιδράσεις όπου εμφανίζονται κανονικές αλλαγές χρώματος ή ομοιόμορφες περιελίξεις χρωμάτων που είναι ευσταθείς καταστάσεις και δεν συνδέονται πλέον με την ελάχιστη παραγωγή εντροπίας. Η θερμοδυναμική της μη ισορροπίας των Glasdorff και Prigogine εισήγαγε τις δομές διασκορπισμού για να περιγράψει τις νέες καταστάσεις που προκύπτουν μακριά από την ισορροπία και εμφανίζουν εξαιρετική τάξη και όπου τρισεκατομμύρια μόρια συντονίζουν τη δράση του φυσικού συστήματος στο χρόνο και το χώρο.

Οι εξαιρετικά πολύπλοκες και αμοιβαία εξαρτώμενες διαδικασίες που οδηγούν στον σχηματισμό αυτών των δομών ονομάζονται αυτοοργάνωση. Για μεγάλα συστήματα μορίων καταφεύγουμε στην συνάρτηση κατανομής πιθανοτήτων. Στην κβαντομηχανική το ανάλογο είναι ο πίνακας πυκνότητας πιθανοτήτων. Οι εξισώσεις οι οποίες περιγράφουν πως μεταβάλλονται με τον χρόνο η κλασική συνάρτηση κατανομής πιθανοτήτων και ο κβαντικός πίνακας πυκνότητας είναι οι εξισώσεις Liouville-von Neumann που όμως βασίζονται στην κλασική και κβαντική μηχανική, οι οποίες ως γνωστόν δεν ξεχωρίζουν τις κατευθύνσεις στο χρόνο. Άρα και αυτές είναι συμμετρικές. Είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν για να υπολογιστεί η εντροπία ενός συστήματος σε ισορροπία, όπως και με τις μεθόδους που στηρίζονται στην συνάρτηση κατανομής, αλλά δεν μπορούν να εξηγήσουν από μόνες τους την αύξηση της εντροπίας για συστήματα που εξελίσσονται μακριά από την ισορροπία, πράγμα που εμφανίζει το βέλος του χρόνου.

4.2. Η θεωρία του Boltzmann

Το προηγούμενο παράδοξο προσπάθησε να το αντιμετωπίσει ο Ludwig Boltzmann που γεννήθηκε το Φεβρουάριο 1844 την τελευταία ημέρα της Αποκριάς. Πρώτος αυτός έδωσε μια στατιστική ερμηνεία του 2^{ου} Νόμου. Αυτοκτόνησε το 1896 με τις ιδέες του να δέχονται σφοδρές επιθέσεις από πολλούς φυσικούς και μαθηματικούς. Είχε όμως και ισχυρούς συμμάχους. Ο 21χρονος Αϊνστάιν το 1900 έγραφε

«Είναι ένας αριστοτέχνης ερμηνευτής, οι αρχές της θεωρίας του είναι σωστές»

(The collected Papers of Albert Einstein» (Princeton University Press 1987)

Σπούδασε στο Παν/μιο της Βιέννης υπό το φυσικό Josef Petzval. Ο Stefan είχε εισάγει στην ηπειρωτική Ευρώπη την κινητική θεωρία των αερίων του James Clerk Maxwell και διεύρυνε αυτή την εργασία χρησιμοποιώντας μια προσέγγιση της στατιστικής μηχανικής που την είχε εισάγει ένας άλλος φοιτητής του Stefan ο Joseph Loschmidt (1821-1895). Το 1872, πριν την διατύπωση της κβαντικής μηχανικής, ο Boltzmann αναφέρθηκε στην εφαρμογή της εξίσωσης του Liouville σε μεγάλη συγκέντρωση μορίων ενός αερίου και ανέλυσε την προσέγγιση στη θερμοδυναμική ισορροπία με μία ασύμμετρη ως προς το χρόνο εξίσωση εξέλιξης, την εξίσωση του Boltzmann. Από αυτήν την εξίσωση ο Boltzmann κατασκεύασε την μαθηματική συνάρτηση y που είναι ίδια με την εντροπία αλλά με αντίθετο πρόσημο. Είχε κάνει την παραδοχή ότι τα μόρια δεν είναι συσχετισμένα πριν την κρούση είναι όμως μετά. Πράγμα που δεν του συγχώρεσαν οι Ernst Zermelo και Joseph Loschmidt. Ηταν θαυμαστής του Δαρβίνου και θα ήθελε να βρεί μια αντίστοιχη θεωρία της εξέλιξης στη μηχανική. Η πρώτη του εργασία το 1866 και η τελευταία που είδε το φως της δημοσιότητας το 1907 ασχολήθηκαν με την κινητική θεωρία των αερίων, το θέμα όπου συγκέντρωσε το μεγαλύτερο μέρος των προσπαθειών του για 30 χρόνια της καριέρας του.

Προώθησε την ιδέα ότι ο δεύτερος νόμος βασιζόταν στη θεωρία των πιθανοτήτων και όχι μόνο στη μηχανική και οφείλουμε να αντιμετωπίζουμε τα άτομα στατιστικά και ότι η θερμοδυναμική συμπεριφορά αποτελεί εκδήλωση ατομικών και μοριακών φαινομένων. Η επιμονή του αποτέλεσε στόχο μεγάλης πολεμικής του Mach και Ostwald. Με το μέρος του όμως είχε τον Arnold Sommerfeld. Οι ιδέες του θα κυριαρχήσουν χάρη στην πειραματική επιβεβαίωσή τους από τον

Jean Perrin αλλά και από την εργασία του Αινστάιν πάνω στην κίνηση του Brown και την μέτρηση των μορίων.

Η εξίσωση Boltzmann

$$\frac{\partial f(x,t)}{\partial t}=\int_0^{\infty}\int_0^{x+x'}\left[\frac{f(\xi,t)}{\sqrt{\xi}}\frac{f(x+x'-\xi,t)}{\sqrt{x+x'}-\xi}-\frac{f(x,t)}{\sqrt{x}}\frac{f(x',t)}{\sqrt{x'}}\right]\bullet \quad (4.1)$$
$$\bullet\sqrt{x\cdot x'}\Psi(x,x',\xi)dx'd\xi$$

όπου $f(x,t)$ είναι μια συνάρτηση κατανομής και $f(x,t)dx$ είναι ο αριθμός μορίων ανά μονάδα όγκου των οποίων οι κινητικές ενέργειες σε χρόνο t βρίσκονται από το ολοκλήρωμα από x έως $x+dx$. Η $\Psi(x,x',\xi)$ εξαρτάται από τη φύση των ενδομοριακών δυνάμεων και ορίζεται από την εξίσωση που δίνει τον αριθμό των κρούσεων dn σε χρόνο τ στον οποίο ένα μόριο A έχει ενέργεια ανάμεσα σε x και $x+dx$ και συγκρούεται με ένα μόριο B το οποίο έχει ενέργεια ανάμεσα σε x' και $x'+dx'$ και παράγει μια κατάσταση όπου το A έχει ενέργεια ανάμεσα στο ξ και $\xi+d\xi$. Έτσι το dn είναι

$$dn=\tau f(x,t)dx\,f(x',t)dx'd\xi\,\Psi(x,x',\xi) \quad (4.2)$$

(η ρίζα στην εξίσωση οφείλεται στην προτίμηση του Boltzman στην ενέργεια σαν βασική μεταβλητή από την ταχύτητα). Ο Boltzman έδειξε ότι η κατανομή Maxwell

$$f(x,t)=f_0(x)=c\sqrt{x}e^{-hx} \quad (4.3)$$

είναι πραγματικά σταθερή και κάνει την $\frac{\partial f}{\partial t}$ σύμφωνα με την παραπάνω εξίσωση να εξαφανίζεται. Χρησιμοποίησε επίσης την ποσότητα E (η οποία μετά ονομάστηκε H) και ορίστηκε από την εξίσωση

$$E = \int_0^{\infty} f(x,t)\left[\ln\left(\frac{f(x,t)}{\sqrt{x}}\right) - 1\right]dx \qquad (4.4)$$

(όπου x η κινητική ενέργεια)

Ο Boltzman απέδειξε ότι η E μπορούσε μόνο να μειώνεται καθώς ο χρόνος αυξανόταν και $\frac{dE}{dt} \leq 0$.

Το E δεν μπορούσε να μειώνεται απεριόριστα, έτσι η $f(x,t)$ θα πλησίαζε μια φόρμα όπου το E θα είχε τη μικρότερη τιμή του και η παράγωγος του E θα εξαφανίζονταν.

Το E με αρνητικό πρόσημο είναι η εντροπία και έτσι έκανε μια προσέγγιση όπου ερχόταν σε συμφωνία με την αύξηση της εντροπίας σε μη αντιστρεπτές διαδικασίες και με την ύπαρξη της εντροπίας σαν μια συνάρτηση της κατάστασης ισορροπίας.

Μια πιο γνώριμη μορφή της εξίσωσης είναι

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{gradf} + \frac{\vec{F}}{m} \cdot \overrightarrow{grad_v f} = collision\,terms \qquad (4.5)$$

Η εξίσωση αυτή του Boltzman είναι μη αντιστρέψιμη στο χρόνο και βρήκε ευρύτατη χρήση στην περιγραφή των αντιστρεπτών διαδικασιών μεταφοράς όπως η διάχυση και το ιξώδες αραιών υγρών μειγμάτων οπου οι υποθέσεις που έκανε ο Boltzmann είναι πολύ καλές προσεγγίσεις. Η συνέχεια που δόθηκε για το θεώρημα με την γνωστή διαδικασία των αδρών κόκκων οδηγεί σε συμπέρασμα ξένο προς ό,τι υπερασπίστηκε ο Boltzmann. Η μεγαλύτερη συνεισφορά του Boltzmann είναι η ερμηνεία για την μη αντιστρεπτότητα των φυσικών διαδικασιών όπως εκφράζεται στον 2^{ο} νόμο της θερμοδυναμικής και έδειξε πως μπορεί κάποιος να καταλάβει μακροσκοπικά την μη αντιστρεπτότητα με στατιστική σε αέριο με τεράστιο αριθμό μορίων βασιζόμενος ακόμα στους αντιστρεπτούς νόμους της μηχανικής.

Εδώ είναι και το αντεπιχείρημα, το παράδοξο του Loschmidt, όπου ισχυρίζεται ότι δεν μπορεί κάποιος να εξάγει την μη αντιστρεπτή προσέγγιση στην ισορροπία και τη συνδεόμενη με αυτή διαρκώς αυξανόμενη εντροπία από τους αντιστρεπτούς νόμους της μηχανικής. Δηλαδή για παράδειγμα εάν έχουμε ένα μηχανικό απομονωμένο σύστημα σε κάποια αρχική κατάσταση (i) σε t = 0 που πηγαίνει σε κάποια άλλη περισσότερο άτακτη ή περισσότερο ομοιόμορφη κατάσταση (f) σε t = r αυτή είναι μια διαδικασία αυξανόμενης εντροπίας. Αν θεωρήσουμε όμως μια αρχική συνθήκη (-f) σε t = 0 στην οποία όλα τα μόρια έχουν τις θέσεις που θα είχαν στην t = r της προηγούμενης κίνησης και τις ίδιες ταχύτητες κατά μέτρο αλλά με αντίθετη διεύθυνση θα ήταν σαν να αντιστρέφαμε την ροή του χρόνου. Μετά από χρόνο t τα μόρια θα είχαν φθάσει στην προηγούμενη αρχική κατάσταση με διαφορετική διεύθυνση ταχυτήτων (i). Αυτή η διαδικασία συνδέεται με μείωση της εντροπίας. Καθένας θα μπορεί να δημιουργήσει μια διαδικασία μειωμένης εντροπίας από κάθε αντίστοιχη αυξουσας εντροπίας.

Ο Loschmidt διαφώνησε ότι ο $2^{ος}$ νόμος πρέπει να εξαρτάται από τις ειδικές αρχικές συνθήκες στο κόσμο και όχι στους νόμους που κυβερνούν τις μοριακές κινήσεις. Για τον Boltzmann αυτό ήταν ενδιαφέρουσα σοφιστεία. Και πρόσθεσε ότι η θεωρία των πιθανοτήτων μας διδάσκει ότι μια κατανομή μορίων όσο και απίστευτα απίθανη να είναι δεν είναι απόλυτα αδύνατη να πραγματοποιηθεί και ότι ακόμα και αν κάποιος μπορεί να βρει μια μικρή μειοψηφία καταστάσεων όπου η εντροπία θα μειωθεί το γεγονός είναι ότι για μια τεράστια πλειοψηφία η εντροπία θα αυξάνει δηλαδή ο $2^{ος}$ νόμος είναι ουσιαστικά στατιστικός. Αυτό βέβαια δεν σημαίνει ότι αν αναμείξουμε άζωτο και οξυγόνο ένα μήνα μετά μπορεί να χωριστούν σε αμιγή αέρια πάλι επειδή υπάρχει μία μη μηδενική πιθανότητα να συμβεί αυτό. Φαίνεται όμως ότι ο Boltzmann αναγκάστηκε να το παραδεχτεί αυτό χωρίς να το πολυπιστεύει.

Παρόλα αυτά ο Maxwell ήταν αυτός που μια δεκαετία νωρίτερα είχε δει τον μη μηχανικό χαρακτήρα του 2^{ου} νόμου, αφού με τον γνωστό δαίμονά του ισχυρίστηκε ότι ο 2^{ος} νόμος είχε μόνο μια στατιστική βεβαιότητα. Στο Theory of Heat το 1871 καταλήγει:

«Δεν μπορείς να εξάγαγεις το 2^{ο} νόμο από καθαρές αρχές της δυναμικής χωρίς κάποιο στοιχείο από τις πιθανότητες και καμία εξαγωγή αυτού του είδους, παρότι φαινομενικά ικανοποιητική, δεν μπορεί να είναι μια σαφής ερμηνεία του 2^{ου} νόμου».

Παραδόξως δεν ήταν ούτε ο Gibbs ούτε ο Maxwell αλλά ο Boltzmann αυτός ο οποίος συνέδεσε τις πιθανότητες με τον παραπάνω νόμο και δημιούργησε την στατιστική Μηχανική. Και ήταν ο Boltzman αυτός που ισχυρίστηκε ότι ο 2^{ος} νόμος είναι ευθεία έκφραση των νόμων των πιθανοτήτων και η εντροπία μετρά την πιθανότητα της κάθε κατάστασης και αυξάνεται επειδή το σύστημα εξελίσσεται από καταστάσεις μικρής πιθανότητας σε καταστάσεις μεγαλύτερης πιθανότητας. Όσο για το παράδοξο του Loschmidt, η απάντηση του Boltzmann ήταν για την H (την αρνητική εντροπία που μειώνεται αντί να αυξάνει) ότι εάν δεν είναι στο minimum της τιμής της σίγουρα θα μειωθεί είτε πηγαίνουμε εμπρός στο χρόνο είτε ανάποδα. Έτσι κάθε απομάκρυνση από την ελάχιστη τιμή της μπορεί να είναι απλά ένα τοπικό μέγιστο στην συνάρτησή της με το χρόνο, οπότε στην παρατήρηση του Loschmidt στην ανεστραμμένη στο χρόνο κίνηση, η H θα αυξανόταν για λίγο αλλά στην συνέχεια θα μειωνόταν πηγαίνοντας προς την μικρότερη τιμή της.

Το 1896 ο Ernst Zermelo, βοηθός του Planck, δημοσίευσε απόψεις στο Annalender Physik που υποστήριζαν θέσεις αντίθετες με αυτές του Boltzmann, βασιζόμενος στο θεώρημα επαναφοράς του Poincare, όπως

το είχε αποδείξει κάποια χρόνια νωρίτερα. Βάση αυτού του θεωρήματος σε ένα σύστημα μορίων τα οποία δρούν το ένα στο άλλο με αυθαίρετες δυνάμεις οι οποίες εξαρτώνται μόνο από την θέση τους στο χώρο, κάθε σχηματισμός των συντεταγμένων και των ταχυτήτων των μορίων θα επανέρθει και μάλιστα άπειρες φορές. Το θεώρημα απαιτεί μόνο οι συντεταγμένες και οι ταχύτητες να είναι περιορισμένες και ισχύει για όλες τις καταστάσεις. Η εντροπία ενός συστήματος θα έπρεπε να επιστρέψει στην αρχική τιμή άπειρες φορές και καμία θερμοδυναμική ισορροπία δεν θα μπορούσε να επιτευχθεί. Η μόνη διέξοδος κατά τον Zermelo θα ήταν να εισάγουμε την αξίωση ότι τα φυσικά συστήματα θα πρέπει να βρίσκονται στις ιδιαίτερες καταστάσεις όπου δεν ισχύει το θεώρημα του Poincare.

Μια απάντηση του Boltzmann ήταν ότι ο χρόνος που θα χρειαζόταν σε sec ένα αέριο από 10 μόρια για να επιστρέψει στην αρχική του κατάσταση θα ήταν ένας αριθμός με 10 ψηφία. Ο χρόνος επιστροφής δηλαδή θα ήταν τόσο μεγάλος που δεν θα ήταν παρατηρήσιμη μια τέτοια επιστροφή. Βέβαια για να μιλάμε για αντιστροφή του χρόνου θα πρέπει η επαναφορά του συστήματος στην ίδια κατάσταση (i) να έχει την ίδια ακολουθία διαδοχικών καταστάσεων που είχε και την πρώτη φορά και κάτι τέτοιο δεν προκύπτει από τα θεωρήματα του Poincare. Το ότι θα βρεθεί σε μια ίδια κατάσταση στατιστικά προβλέπεται. Μπορεί κάποιος να κερδίσει το lotto 2 φορές όχι απαραιτήτως κάνοντας τις ίδιες κινήσεις ούτε αν κάνει τις ίδιες κινήσεις άπειρες φορές στην αιωνιότητα. Κοντά στο τέλος της ζωής του κάποιος μπορεί να περάσει από τον τόπο που γεννήθηκε μετά από απουσία μιας ολόκληρης ζωής. Ποια η διαφορά όμως!

4.3 Σχόλια

Κυρίως, ίσως ,δεν συγχωρήθηκε στον Boltzmann η παραδοχή του ότι τα μόρια που πρόκειται να συγκρουστούν δεν είναι συσχετισμένα πριν από την κρούση, συσχετίζονται όμως μετά επειδή και οι 2 τροχιές μεταβάλλονται με την κρούση. Αυτό μοιάζει με την υπόθεση του μοριακού χάους και είναι φυσικά ασύμμετρη στο χρόνο. Έτσι και η εξίσωση του Boltzmann περιγράφει μη αντιστρεπτή στο χρόνο εξέλιξη. Το κύριο θέμα εδώ είναι ότι κινήσεις ελάχιστων και πολλών μικρών σωματίων δίνουν ιδιότητες που περιγράφουν το ολικό σύστημα. Η παγίδα είναι να πιστέψεις ότι η τελική τιμή της ιδιότητας οφείλεται στην αθροιστική καθ'οιονδήποτε τρόπο συμμετοχή του καθενός ξεχωριστά μορίου ή μονάδος σε κάποιο άλλο σύστημα. Αυτή είναι η γνωστή θέση των αναγωγιστών.

Το ερώτημα τότε είναι γιατί δεν μπορεί να λυθεί αναλυτικά το σύστημα των τριών σωμάτων με τις αλληλεπιδράσεις τους. Είναι γνωστό ότι δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε την χρονική στιγμή της αποδιέγερσης ενός ατόμου. Έτσι δεν μπορούμε να θεωρήσουμε τον χρόνο μια απλή γεωμετρική συνιστώσα γιατί αυτό θα σήμαινε ότι είναι όλα προκαθορισμένα οπότε δεν υπάρχει φορά του χρόνου. Μήπως θα μπορέσουμε κάποια στιγμή να μιλάμε με όρους απόλυτης πρόβλεψης στα μηχανικά συστήματα έστω; Αν είναι έτσι τότε γιατί η εξέλιξη ενός συστήματος να μην καθρεπτίζεται κάπου και εμείς, ακόμα και αν δεν έχουμε τα εργαλεία μελέτης, να πάρουμε την αντανάκλασή του; Αφελές το ερώτημα, ας σκεφτούμε όμως πόσοι πιστεύουν ότι το μέλλον καθρεπτίζεται στα άστρα. Ας φανταστούμε ότι είναι προβλέψιμο το μέλλον λοιπόν, και είναι σε λειτουργία, τότε όλοι αυτοί οι αστρολόγοι που τους εμπαίζει κάθε επιστήμονας, έχουν εν μέρει δίκιο, το μέλλον είναι προκαθορισμένο και απλώς το ψάχνουν σε λάθος μέρος.

Η άλλη επιλογή που έχουμε σαν επιστήμονες είναι να αναγνωρίσουμε στην φύση και στα συστήματά της το δικαίωμα να είναι αυθόρμητη που και που στον εσωτερικό της μικρόκοσμο. Έτσι κι αλλιώς οι ιδιότητες του συνόλου του συστήματος θα είναι μετρήσιμες και αξιοποιήσιμες όπως και τα αποτελέσματα της κβαντικής θεωρίας στις εφαρμογές που έχουμε φτιάξει, όπως οπτικές ίνες και τρανζίστορ. Αυτό σημαίνει αναβάθμιση του χρόνου από μια γεωμετρική συνιστώσα και τελικά σε θέση των πάντων. Όπως παρατήρησε και ο Prigogine, είμαστε παιδιά του χρόνου δηλαδή γεννηθήκαμε μια ανεπανάληπτη μοναδική στιγμή.

Χρήσιμο είναι να αναφερθεί ένα συμβάν από τον ιό της χιλιετίας όπως ονομάστηκε, μια απειλή για τα υπολογιστικά συστήματα σχετικά με την χρονολογία την $1^{η}$ του 2000. Για οικονομία στα συστήματα μέτρησης χρόνου στους υπολογιστές δεν δεσμεύτηκαν πολλά bits και έτσι την χρονολογία την μετρούσανε με τα δύο τελευταία ψηφία. Αυτό θα είχε σαν αποτέλεσμα την $1^{η}$ του 2000 να γράψουν 00 οπότε ο υπολογιστής δεν θα αναγνώριζε αυτή την ημερομηνία και θα την έπαιρνε π.χ. για το 1900. Έτσι δημιουργήθηκε ένας μικρός πανικός. Αυτό το περιστατικό δείχνει πόσο είναι οι άνθρωποι κολλημένοι στην διαρκή και συνεχή ροή του χρόνου και στην κυκλική συμπεριφορά του, πράγμα που δεν συμβαίνει στους υπολογιστές. Δεν παρατηρήθηκαν τέτοια φαινόμενα, τα ρολόγια τους συνέχισαν να δέχονται το 00 σαν ένα αριθμό μετά το 99 και περίμεναν το 01 χωρίς να εμφανίσουν τα αρχεία που ενδεχομένως θα είχαμε αποθηκεύσει μόνο το 1900 ή 1901.

4.4 Σύνολο (ensemble) ελέυθερων σωματίων

Ας δούμε τώρα πως ένα σύστημα αντιστρεπτό στο χρόνο το οποίο υπακούει στις εξισώσεις Hamilton μπορεί να παράγει μη αντιστρεπτότητα του χρόνου επιπλέον δε και στην περίπτωση ενός συνόλου τέτοιων συστημάτων όπως παρουσιάστηκε σε πρόσφατες εργασίες της Ιωαννίδου.

Το παράδειγμα που αναφέρεται εκεί αφορά ένα ελεύθερο σωματίδιο. Θεωρούμε τη δράση $s(q,t)$,συνάρτηση της θέσης q και του χρόνου t η οποία καλείται και κύρια ή χαρακτηριστική συνάρτηση του Hamilton και ικανοποιεί την εξίσωση Hamilton-Jacobi:

$$\frac{1}{2m}\left(\frac{\partial s}{\partial q}\right)^2 + \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \qquad (4.6)$$

ή

$$H(p) + \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \qquad (4.7)$$

όπου

$$H(p) = \frac{p^2}{2m} \quad \text{(Χαμιλτονιανή)} \qquad (4.8)$$

και

$$\frac{\partial s}{\partial q} = p \qquad (4.9)$$

η ορμή.

Υποθέτουμε λύσεις χωριζόμενων μεταβλητών

$$s = s_1(q) + s_2(t) \qquad (4.10)$$

και έχουμε:

$$s(q,t:E) = \pm\sqrt{2mE}q - Et \tag{4.11}$$

Μια πιο γενική λύση μπορεί να προκύψει από το χαρακτηριστικό σύστημα:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{p}{m},\ \ \frac{dp}{dt} = 0 \text{ (κανονικό σύστημα)} \tag{4.12}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{p^2}{2m},\ \ \frac{dH}{dt} = 0 \tag{4.13}$$

Οι λύσεις του συστήματος είναι:

$$q - q_0 = \frac{p_0 t}{m},\ \ \ p = p_0 \tag{4.14}$$

$$H = \frac{p_0^2}{2m},\ \ \ s = \frac{p_0^2 t}{2m} \tag{4.15}$$

και τελικά

$$s(q,t) = m\frac{(q-q_0)^2}{2t} \tag{4.16}$$

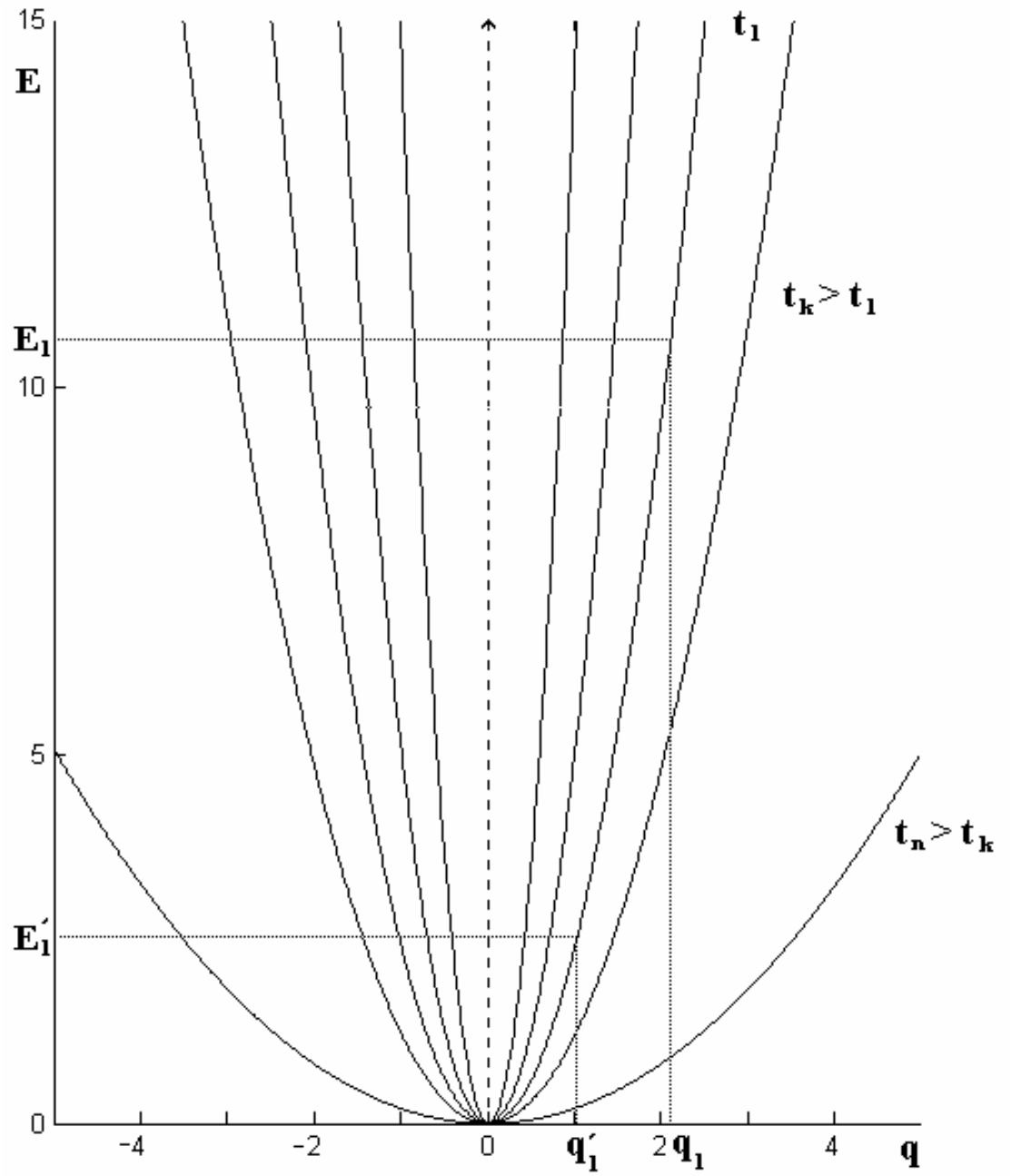
Χαρακτηριστική ενέργεια είναι:

$$E(q,t) = -\frac{\partial s}{\partial t} \tag{4.17}$$

δηλαδή

$$E(q,t) = \frac{m(q-q_o)^2}{2t^2} \tag{4.18}$$

Η ενέργεια, αν και σταθερή, είναι συνάρτηση της θέσης και του χρόνου όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 4.2. *Χαρακτηριστικές ενέργειες ελέυθερου σωματιδίου*

Επίσης ικανοποιεί την εξίσωση

$$\frac{dE}{dt} = u\left(\frac{\partial E}{\partial q}\right) + \frac{\partial E}{\partial t} = 0 \tag{4.19}$$

όπου

$$u = \frac{q - q_0}{t} \tag{4.20}$$

Παρατηρούμε ότι σε δεδομένη στιγμή αντιστοιχούν άπειρα ζευγάρια θέσεων και ενεργειών.

Αυτό το αποτέλεσμα είναι ασαφές αν ερμηνευθεί σαν ενέργεια ενός μεμονωμένου ελεύθερου σωματιδίου. Γίνεται ξεκάθαρο όμως εάν ερμηνευθεί η χαρακτηριστική ενέργεια σαν συνάρτηση πιθανοτιμών σταθερής ενέργειας από ένα σύνολο ελεύθερων σωματιδίων. Με αυτή τη θεώρηση σε χρονική στιγμή t_1 ένα σωματίδιο με κινητική ενέργεια E_1 περνάει από τη θέση q_1 και ένα με μικρότερη $E_1^{'}$ στην ίδια χρονική στιγμή περνάει από τη θέση $q_1^{'}$ με $\left|q_1^{'}\right| < \left|q_1\right|$.

Στο παραπάνω σχήμα εμπεριέχεται το χαρακτηριστικό γνώρισμα της μη αντιστρεπτότητας του χρόνου αφού για δεδομένο q η χαρακτηριστική ενέργεια ελαττώνεται με την αύξηση του χρόνου. Αυτό σημαίνει ότι τα αργά σωμάτια περνούν αργότερα από δεδομένη θέση. Όταν $t \to \infty$ τότε η ενέργεια $E \to 0$. Αυτό σημαίνει ότι σωματίδια με ελάχιστη κινητική ενέργεια θα χρειαστούν άπειρο χρόνο για να περάσουν από δοσμένη θέση q.

Μπορούμε να συνδέσουμε τα παραπάνω με τη Στατιστική Μηχανική εάν θεωρήσουμε ότι η χαρακτηριστική ενέργεια έχει μια στατιστική φυσική σημασία αφού αντιπροσωπεύει τις πιθανές ενέργειες ενός συνόλου σωματιδίων. Στο κανονικό σύνολο έχουμε την πυκνότητα πιθανότητας στο χώρο των φάσεων:

$$\rho = \rho\left(q_i, P_i\right) = \rho_0 e^{-\frac{H\left(q_i, P_i\right)}{n}} \qquad (4.21)$$

όπου Η είναι η χαμιλτονιανή, n μια σταθερά παράμετρος με διαστάσεις ενέργειας και ρ_0 η σταθερά κανονικοποίησης.

Ισχύει δε:

$$H\left(q_1, q_2, ...q_n, P_1, P_2, ...P_n\right) = E\left(q_1, q_2, ...q_n, t\right) \qquad (4.22)$$

γιατί

$$H\left(q_1,q_2,....q_n,P_1,P_2,....P_n\right)=$$
$$=H\left(q_1,q_2,....q_n,\frac{\partial s}{\partial q_1},\frac{\partial s}{\partial q_2},....\frac{\partial s}{\partial q_n}\right)= \tag{4.23}$$
$$=-\frac{\partial s}{\partial t}\left(q_1,q_2,....q_n,t\right)=E\left(q_1,q_2,....q_n,t\right)$$

Αντικαθιστώντας το Η με το Ε στην πυκνότητα πιθανότητας έχουμε:

$$\rho\left(q_i,P_i\right)\rightarrow f\left(q_i,t\right)=f_0e^{-\frac{E\left(q_i,t\right)}{\varepsilon}} \tag{4.24}$$

όπου ε, f_0 εξαρτώνται από το χρόνο.

Εάν το ολοκλήρωμα:

$$I\left(t\right)=\int_V....\int f\left(q_1,q_2,....q_n,t\right)dq_1dq_2....dq_n \tag{4.25}$$

είναι μη αρνητικό και υπάρχει σε έναν όγκο V τότε η συνάρτηση f μπορεί να θεωρηθεί ως συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας στον V σε δεδομένη χρονική στιγμή. Θέτοντας την

$$E\left(q,t\right)=\frac{m\left(q-q_o\right)^2}{2t^2} \tag{4.26}$$

στην παραπάνω σχέση έχουμε:

$$\int f_0e^{-\frac{m\left(q-q_0\right)^2}{2\varepsilon t}}dq=1 \tag{4.27}$$

οπότε παίρνουμε την f_0 από την κανονικοποίηση και η $f\left(q,t\right)$ γίνεται

$$f\left(q,t\right)=\sqrt{\frac{m}{2\pi\varepsilon t^2}}e^{-\frac{m\left(q-q_0\right)^2}{2\varepsilon t^2}} \tag{4.28}$$

η οποία είναι η λύση της μονοδιάστατης εξίσωσης διάδοσης θερμότητας ή διάχυσης:

$$a^2 \frac{\partial^2 f}{\partial q^2} = \frac{\partial f}{\partial t} \tag{4.29}$$

όπου

$$a^2 = \frac{\varepsilon t}{m} \tag{4.30}$$

και αντιστοιχεί σε πηγή τοποθετημένη σε σημείο q_0 τη στιγμή t=0. Η παράμετρος ε συνδέεται με τη θερμική αγωγιμότητα (ή την σταθερά διάχυσης) α^2 με τη σχέση:

$$\varepsilon = \frac{ma^2}{t} \tag{4.31}$$

Η $f(q,t)$ είναι κανονική κατανομή με διακύμανση $\sigma^2 = a^2 t$ γραμμικά εξαρτώμενη από το χρόνο η οποία ικανοποιεί και την εξίσωση συνέχειας:

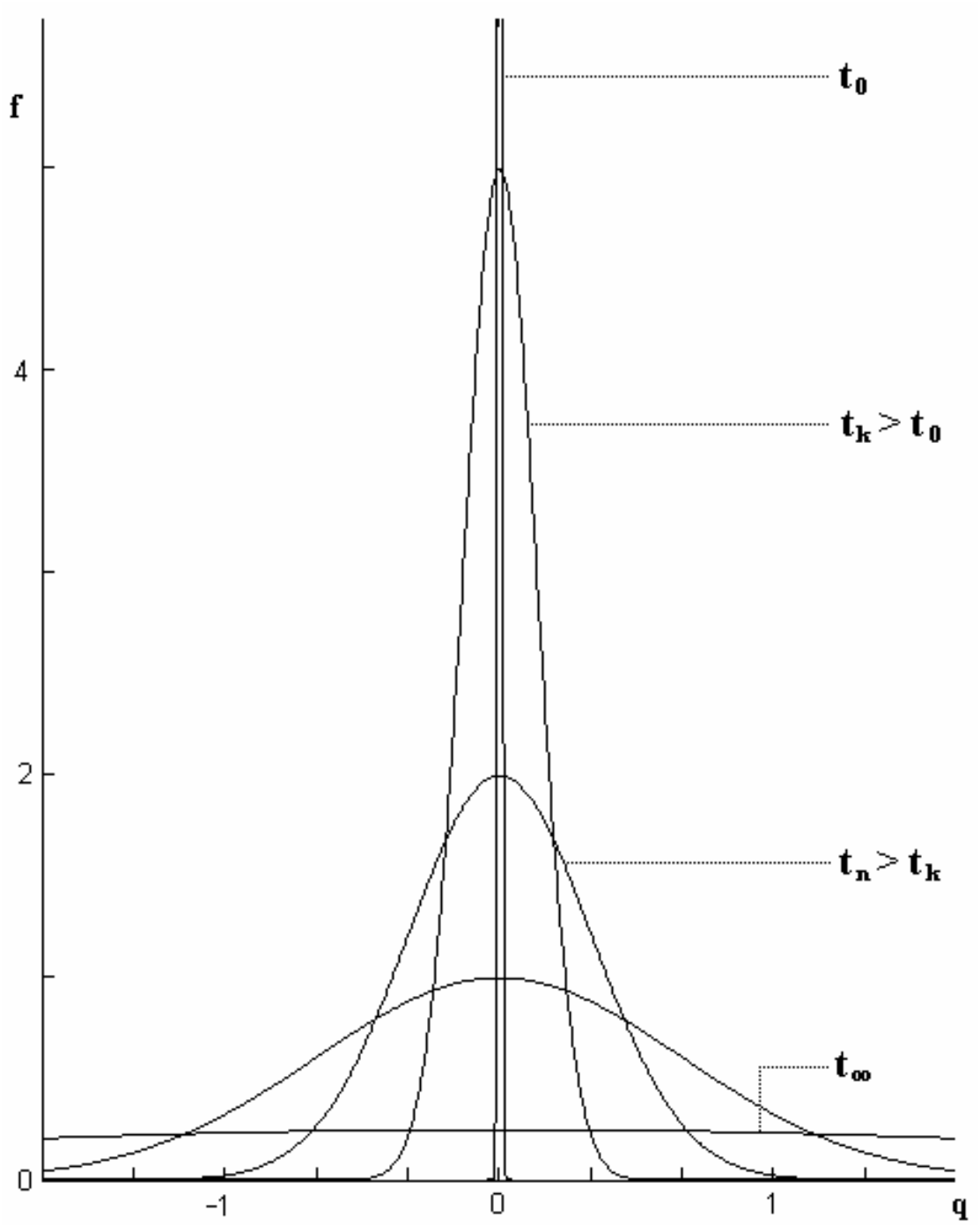
$$f\left(\frac{\partial v}{\partial q}\right) + u\left(\frac{\partial f}{\partial q}\right) + \frac{\partial f}{\partial t} = 0 \tag{4.32}$$

όπου

$$u = \frac{(q - q_0)}{t} \tag{4.33}$$

Η μη αντιστρεψιμότητα του χρόνου εμφανίζεται από την στατιστική συμπεριφορά των ελεύθερων σωματιδίων όπως αυτή δίνεται από την f και φαίνεται στο σχήμα 4.3.

Η διασπορά της κατανομής αυξάνεται με τον χρόνο το οποίο σημαίνει ότι κάθε σημείο του χώρου τείνει να γίνει ισοπίθανο.



Σχήμα 4.3. *Κανονική κατανομή πιθανότητας με διασπορά* $\sigma^2 \sim t^2$, *σχεδιασμένη για διάφορες τιμές του t*

Μπορούμε να δούμε ότι η διασπορά των ελεύθερων σωματίων είναι σαν μια διαδικασία εξισορρόπησης συνδεόμενη με τη διάχυση. Όπως επισημαίνει και ο Sommerfeld εξάλλου, οι διαφορικές εξισώσεις παραβολικού τύπου όπως οι

$$\nabla^2 u = a^2 \frac{\partial u}{\partial t} \tag{4.34}$$

παριστάνουν δυαδικές εξισορροπήσεις όπως η διάδοση της θερμότητας, η διάχυση, η τριβή των ρευστών και η ηλεκτρική επαγωγή των οποίων το κύριο χαρακτηριστικό είναι ότι είναι μιας κατεύθυνσης όσον αφορά το χρόνο.

Όλοι δέχονται λύσεις της μορφής κανονικής κατανομής με διακύμανση εξαρτώμενη γραμμικά με το χρόνο. Αυτό είναι που μας οδηγεί στο ότι ο φυσικός νόμος των παραπάνω διαδικασιών είναι στατιστικής και όχι δυναμικής φύσης. Η μη αντιστρεψιμότητα αυτών των διαδικασιών είναι εμφανής από την εμπειρία. Μαθηματικά μπορούμε να το δείξουμε με το ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης *f*, δηλαδή:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \sqrt{\frac{m}{2\varepsilon t^2}} e^{-\frac{m(q-q_0)^2}{2\varepsilon t^2}} \left[-\frac{1}{t} + \frac{m(q-q_0)^2}{2\varepsilon t^3} \right] \neq \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{t=-|t|} \tag{4.35}$$

Έτσι η κατανομή αλλάζει στις 2 διευθύνσεις του χρόνου.

Μόνο για $t = |t|$, δηλαδή για $t > 0$, η

$$f(q,t) = \sqrt{\frac{m}{2\pi\varepsilon t^2}} e^{-\frac{m(q-q_0)^2}{2\varepsilon t^2}} \tag{4.36}$$

είναι λύση της

$$a^2 \frac{\partial^2 f}{\partial q^2} = \frac{\partial f}{\partial t} \tag{4.37}$$

Έτσι μπορεί να επιλυθεί το παλαιό πρόβλημα της στατιστικής μη αντιστρεψιμότητας με την αντιστρεπτή αντιστρεπτότητα που εμφανίστηκε με την θεωρία του Boltzmann έναν αιώνα πριν.

Κεφάλαιο 5.

Οι απόψεις του Prigogine

5.1 Κλασική μηχανική (Prigogine)

Ως γνωστόν η συνάρτηση Hamilton δίνει την ενέργεια ενός συστήματος σε σχέση με την θέση q και την ορμή p και οι εξισώσεις κίνησης προκύπτουν από αυτή. Αν δεν υπάρχουν αλληλεπιδρασεις μεταξύ των σωμάτων του συστήματος μπορούμε να έχουμε ολοκληρώσιμα δυναμικά συστήματα .

Ο Poincare ενσωμάτωσε τις αλληλεπιδράσεις σε μια άλλη έκφραση όπως $H = H_0(p) + \lambda V(q)$ όπου το λ είναι η παράμετρος σύζευξης και μετράει το μέγεθος των αλληλεπιδράσεων με την μέθοδο των διαταραχών, όπου αναπτύσσουμε την λύση σε δυνάμεις της παραμέτρου σύζευξης λ .

Ένα πρόβλημα προκύπτει καθώς ένα πεδίο μπορεί να περιγραφεί ως επαλληλία ταλαντώσεων με συχνότητες ω_π (συχνότητα πεδίου) με μήκος κύματος ανάμεσα στο μέγεθος του συστήματος και τις διαστάσεις των στοιχειωδών σωματιδίων. Αν έχουμε έναν ταλαντωτή με συχνότητα ω_1 τότε οι συντονισμοί εμφανίζονται όταν $\omega_\pi=\omega_1$ επειδή στις εξισώσεις κίνησης του ταλαντωτή βρίσκουμε παρονομαστές της μορφής $\frac{1}{\omega_1 - \omega_\pi}$ που απειρίζονται με $\omega_1 = \omega_\pi$

Στο στατιστικό επίπεδο όμως μπορούμε να εξαλείψουμε τις αποκλίσεις αυτές. Θεωρούμε δηλαδή κατανομή πιθανότητας $\rho(q,p,t)$ και παίρνουμε τον τελεστή Perron- Frobenius που δίνει την εξέλιξη των πιθανοτήτων και προκύπτει από την εξίσωση του Liouville

$$i\frac{\partial\rho}{\partial t} = L\rho \text{ (L τελεστής του Liouville)} \qquad (5.1)$$

και μας δίνει τη χρονική εξέλιξη των κατανομών ρ. Αν η ρ είναι ανεξαρτητη του χρόνου εχουμε Lρ=0 δηλ. θερμοδυναμική ισορροπία. Για να λύσουμε το πρόβλημα πρέπει να κατασκευάσουμε την φασματική παράσταση του τελεστή L και αρκεί να προσδιορίσουμε ιδιοτιμές και ιδιοσυναρτήσεις που στον χώρο Hilbert έχει ιδιοτιμές πραγματικούς αριθμούς l_n σαν Ερμιτιανός.

Η λύση είναι

$$\rho(t) = \rho_0 e^{-iLt} \qquad (5.2)$$

με τελεστή Perron- Frobenius

$$U_t = e^{-iLt} \qquad (5.3)$$

με t συνεχή χρόνο και στην περίπτωση των απεικονίσεων έχει την μορφή U^n, όπου n ακέραιος. Οι πραγματικές ιδιοτιμές l_n του τελεστή L μας δίνουν τις χαρακτηριστικές συχνότητες του συστήματος και σε κάθε ιδιοτιμή l_n αντιστοιχεί η $e^{-il_n t}$ ιδιοσυνάρτηση του τελεστή Perron-Frobenius που περιγράφει την ταλάντωση

$$e^{-il_n t} = \sigma\upsilon\nu(l_n t) - i\eta\mu(l_n t) \qquad (5.4)$$

μη διακρίσιμη στο μέλλον η στο παρελθόν .

Οι μιγαδικές ιδιοτιμές θα μας δώσουν την μη αναστρεψιμοτητα γιατί αν $l_n = \omega_n - i\gamma_n$ οι εκθετικές συνεισφορές $e^{-\gamma_n t}$ εξαφανίζονται προοδευτικά στο μέλλον (t > 0) ενώ ενισχύονται στο παρελθόν (t < 0) οπότε δεν έχουμε συμμετρία πλέον .

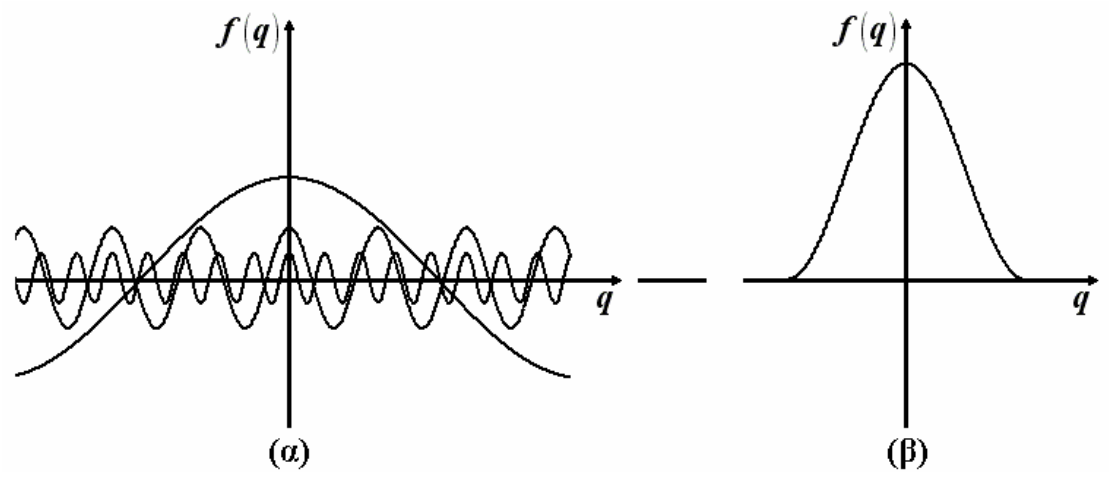
Οι μόνιμες αλληλεπιδράσεις είναι υπεύθυνες για την ανάγκη να εγκαταλείψουμε τον χώρο Hilbert και τις ομαλές συναρτήσεις και να εισάγουμε τις γενικευμένες η ιδιόμορφες κατανομές πιθανότητας γιατί στην πραγματικότητα δεν μπορούμε να έχουμε μόνο μερικά μόρια στο κενό. Η μη αναστρεψιμότητα αποκτά σημασία μόνο όταν θεωρούμε σωματίδια εμβαπτισμένα σε ένα μέσο που οι αλληλεπιδράσεις είναι μόνιμες. Όλα τα θερμοδυναμικά συστήματα χαρακτηρίζονται από μόνιμες αλληλεπιδράσεις και πρέπει να περιγράφονται από μη τοπικές κατανομές.

Η στατιστική περιγραφή έχει διαφορετικά εργαλεία ενώ π.χ. στις τροχιές για ένα ελεύθερο σωματίδιο η θέση q μεταβάλλεται γραμμικά με τον χρόνο η ορμή p παραμένει σταθερή. Στην στατιστική περιγραφή έχουμε αναφορά στην ορμή και το κυματάνυσμα k, τον μετασχηματισμό Fourier του x. Ο τελεστής Liouville L είναι ο τελεστής παραγώγισης

$$L = \left(i \frac{p}{m} \right) \frac{\partial}{\partial x} \tag{5.5}$$

με ιδιοσυναρτήσεις e^{ikx} και ιδιοτιμές $\frac{pm}{k}$. Η λύση της εξίσωσης για ελεύθερο σωμάτιο είναι μια επαλληλία επίπεδων κυματων που εκτείνονται στο χώρο σε αντίθεση με την τροχιά που εντοπίζεται σε ένα σημείο. Εδώ οι 2 περιγραφές είναι ισοδύναμες.

Μπορούμε να κατασκευάσουμε την τροχιά με την θεωρία Fourier. Για να περιγράψουμε μια τροχιά οφείλουμε να συγκεντρώσουμε την κατανομή πιθανοτήτων σε ένα μόνο σημείο και για να το πετύχουμε αυτό χρησιμοποιούμε επίπεδα κύματα με κυματάνυσμα k σε όλο το φασματικό διάστημα $\left(\Delta k \to \infty\right)$. Στο ελεύθερο σωματίδιο το k είναι σταθερό και η τροχιά γίνεται παράγωγη έννοια των κατανομών πιθανότητας .



Σχήμα 5.1. *Οι τροχιές θεωρούμενες ως το αποτέλεσμα μιας ενισχυτικής συμβολής επίπεδων κυμάτων. Η επαλληλία των διαφορετικών επίπεδων κυμάτων οδηγεί σε συνάρτηση που χαρακτηρίζεται από οξύ μέγιστο στο q = 0.*

Για $q = q_0$ τα πλάτη των επίπεδων κυμάτων παράγουν ενισχυτική συμβολή ενώ για $q \neq q_0$ μηδενίζονται λόγω καταστρεπτικής συμβολής.

Είναι ενδιαφέρον ότι οι συχνότητες που εμφανίζονται στους συντονισμούς του Poincare αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές $\frac{pm}{k}$ του τελεστή του Liouville, εξαρτωνται δε από k και p και όχι από τις θέσεις. Τα κυματανύσματα μας βοηθάνε να διερευνήσουμε τους συντονισμούς Poincare και να περιγράψουμε επίσης και τις μη τοπικές καταστάσεις όπου η συνάρτηση κατανομής ρ μπορεί να είναι ανεξάρτητη από την θέση q. Αυτό οδηγεί σε ιδιόμορφες συναρτήσεις ως προς το κυματάνυσμα k .

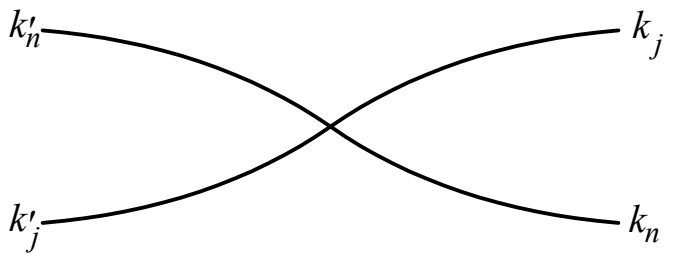
Όταν η δυναμική ενέργεια της Hamilton είναι το άθροισμα αλληλεπιδράσεων ανά 2 ισχύει το θεώρημα όπου κατά την αλληλεπίδραση μεταξύ των σωματιδίων j και n τα k_n και k_j μεταβάλλονται αλλά το άθροισμα τους διατηρείται, δηλαδή

$$k_n + k_j = k'_n + k'_j \qquad (5.6)$$

όπου k'_j και k'_n κυματανύσματα μετά την αλληλεπίδραση. Σε κάθε γεγονός τα κυματανύσματα k και οι ορμές p μεταβάλλονται ενώ παραμένουν σταθερά ανάμεσα στα γεγονότα. Παρακάτω θα παρουσιαστεί μια εικόνα της δυναμικής εξέλιξης στο στατιστικό φορμαλισμό. Η συγκεκριμένη εικόνα συνίσταται σε μια ακολουθία γεγονότων που χωρίζονται από ελεύθερες κινήσεις.

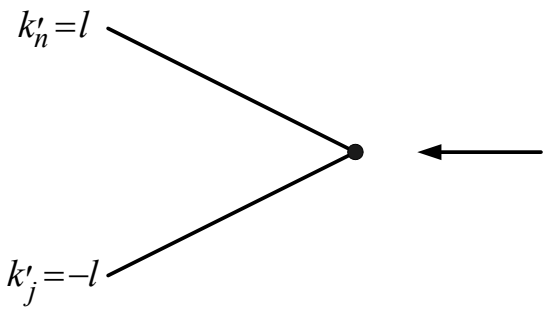
Η κατανομή πιθανότητας $\rho(q,p,t)$ εξαρτάται τόσο από τις θέσεις όσο και από τις ορμές. Αν την ολοκληρώσουμε ως προς τις θέσεις παίρνουμε την $\rho_0(p,t)$ που περιέχει πληροφορίες μόνο για τις ορμές και όχι για τις θέσεις των σωματιδίων. Οι συναρτήσεις ρ_0 δεν περιέχουν συσχετίσεις και αντιστοιχούν σε κενό συσχετίσεων αν όμως ολοκληρώσουμε σε όλες τις θέσεις εκτός από τις q_i, q_j των i και j διατηρούμε την πληροφορία για τις συσχετίσεις ανάμεσα σε αυτά τα σωματίδια. Μια τέτοια συνάρτηση την ονομάζουμε δυαδική συσχέτιση.

Στην στατιστική περιγραφή προτιμάται ο μετασχηματισμός Fourier k αντί για τις θέσεις και κάθε γεγονός θα παρασταθεί από ένα σημείο με δύο εισερχόμενες γραμμές που συμβολίζουν τα k_n και k_j και δύο εξερχόμενες γραμμές που συμβολίζουν τα k'_j και k'_n, επιπλέον σε κάθε σημείο οι ορμές των αλληλεπιδρώντων σωματιδίων έχουν μεταβληθεί . Ένα απλό γεγονός παριστάνεται στο παρακάτω σχήμα.

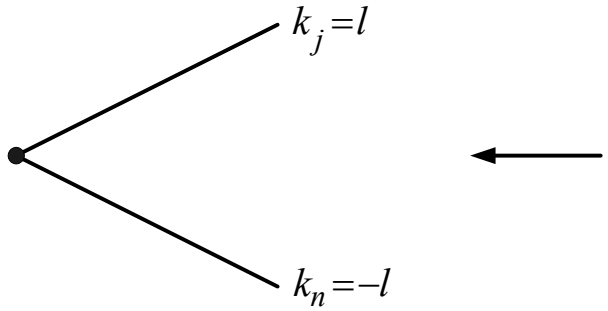


Σχήμα 5.2. *Διάγραμμα διάδοσης: Παράσταση ενός δυναμικού γεγονότος που δείχνει την αλληλεπίδραση 2 σωματιδίων και μετασχηματίζει τις τιμές των k.*

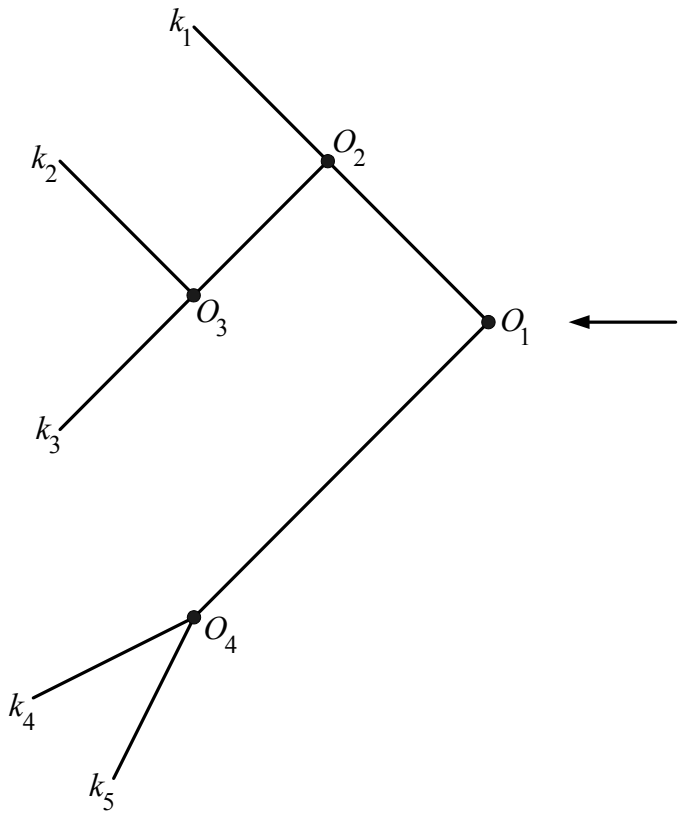
Μπορούμε να ξεκινήσουμε από το κενό συσχετίσεων ρ_0 για το οποίο $k_n = k_j = 0$ και να παράγουμε μια δυαδική συσχέτιση έτσι ώστε να έχουμε το λεγόμενο διάγραμμα δημιουργίας συσχέτισης .



Σχήμα 5.3. *Δημιουργία συσχετίσεων μετά τη σύγκρουση. Το κενό συσχετίσεων γίνεται δυαδική συσχέτιση l, -l*



Σχήμα 5.4. *Καταστροφή συσχετίσεων πριν από την κρούση. Η δυαδική συσχέτιση l, -l σε κενό συσχετίσεων.*

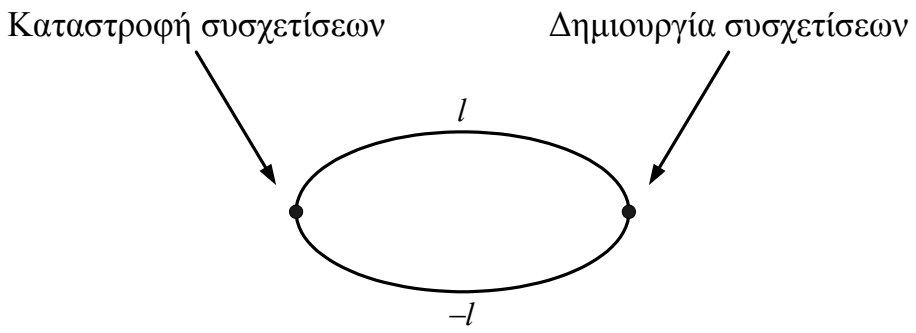


Σχήμα 5.5 *Παράδειγμα ιστορίας συσχετίσεων. Τέσσερα γεγονότα O_1, O_2, O_3, O_4 μετασχηματίζουν κενό συσχέτισης σε συσχέτιση 5 σωματιδίων.*

Υπάρχουν επίσης διαγράμματα καταστροφής τα οποία μετασχηματίζουν μια δυαδική συσχέτιση σε κενό συσχετίσεων έτσι σχηματίζεται μια ιστορία συσχετίσεων που είναι αποτέλεσμα διαδοχικών γεγονότων.

Η συχνότητα που έχουμε συντονισμούς Poincare και συνδέεται με την ορμή p είναι $\frac{kp}{m}$ Για τα ΜΣΠ (Μεγάλα Συστήματα Poincare) όπου k είναι μια συνεχής μεταβλητή οι αποκλίσεις μπορούν να αποφευχθούν στο στατιστικό επίπεδο και οι συντονισμοί να εκφραστούν με όρους της συνάρτησης δ, για την αλληλεπίδραση 2 σωμάτων το όρισμα της δ είναι $\frac{k}{m}(p_1 - p_2)$. Όταν k = 0 αυτό αντιστοιχεί σε μήκος κύματος άπειρο και σε μία μη τοπική διαδικασία (οι τροχιές θεωρούνται τοπικά αντικείμενα).

Οι συντονισμοί συζευγνύουν την καταστροφή και την δημιουργία συσχετίσεων πράγμα που οδηγεί σε νέες δυναμικές διαδικασίες που ξεκινούν από μια δεδομένη κατάσταση π.χ. το κενό συσχετίσεων και επιστρέφουν στην ίδια. Στο διάγραμμα οι δυναμικές διαδικασίες αυτές παριστάνονται ως φυσαλίδες και προέρχονται από τους συντονισμούς Poincare, εισάγουν δε μη Νευτώνεια στοιχεία στην εξέλιξη της κατανομής πιθανότητας. Δεν μπορούμε να έχουμε κάτι ανάλογο στην θεωρία των τροχιών. Με την εμφάνισή τους καταργούν την συμμετρία του χρόνου όπως απαιτούν και οι μη αναστρέψιμες διαδικασίες.



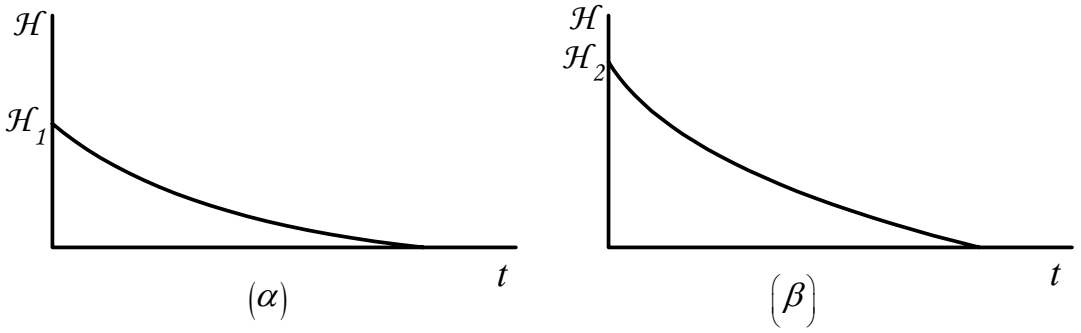
Σχήμα 5.6

Κατ' αναλογία με την κινητική θεωρία ο τελεστής που δρα στην συνάρτηση κατανομής η οποία αντιστοιχεί στις φυσαλίδες ονομάστηκε "τελεστής κρούσης". Οι τελεστές κρούσης, όπως και στην περίπτωση της κινητικής θεωρίας, οδηγούν σε φαινόμενα διάχυσης (αυτοί προκαλούν την εμφάνιση της κίνησης Brown στην δυναμική περιγραφή) που αποδίδονται στις δυνάμεις Langevin και εκφράζουν την τυχαιότητα της θερμικής κίνησης. Στο στατιστικό επίπεδο εμφανίζονται ανάλογες δυνάμεις αλλά είναι αποτέλεσμα των συντονισμών Poincare και όχι της άγνοιας των ακριβών κινήσεων των μορίων.

Στην αντιμετώπιση του προβλήματος θα πρέπει να θεωρήσουμε μόνιμες αλληλεπιδράσεις άρα συναρτήσεις κατανομής μη τοπικές, οι

οποίες είναι βεβαίως ιδιόμορφες έξω από τον χώρο Hilbert, και να ληφθούν υπ' όψιν και οι συντονισμοί Poincare οπότε χρειάζεται για τον τελεστή εξέλιξης τον Liouville εδώ μια μη αναγώγιμη και μιγαδική φασματική παράσταση όπως και στο ντετερμινιστικό χάος όπου μιγαδική σημαίνει σπάσιμο της χρονικής συμμετρίας και μη αναγώγιμη σημαίνει ότι δεν εφαρμόζεται στις τροχιές, έτσι θα εκφράζουν δυνατότητες ενσωματώνοντας την μη αναστρεψιμότητα.

Ενδιαφέρον έχει ο $2^{ος}$ νόμος της θερμοδυναμικής σε αυτή την διατύπωση. Θεωρούμε μια δυναμική ιδιότητα A για παράδειγμα μια συνάρτηση ορμής p ενός σωματιδίου η μέση τιμή της <A> υπολογισμένη με την πιθανότητα ρ θα τείνει προς την ισορροπία με την πάροδο του χρόνου. Η ισορροπία δεν επιτυγχάνεται με τον ίδιο ρυθμό, αλλά αυξάνεται ή φθίνει ανάλογα με τον χρόνο. Αφού έχουμε μη αναστρέψιμες διαδικασίες μπορούμε να εφαρμόσουμε το πρόγραμμα Boltzmann και να κατασκευάσουμε τις συναρτήσεις $\mathcal{H}$ που είναι το δυναμικό ανάλογο της εντροπίας οι οποίες σε ένα απομονωμένο σύστημα μειώνονται και εκφράζει την κατάργηση της χρονικής συμμετρίας



Σχήμα 5.7

Τόσο η $\mathcal{H}$ όσο και η εντροπία εξαρτώνται από την αρχική κατανομή πιθανότητας ρ. Διαφορετικές συναρτήσεις κατανομής οδηγούν σε διαφορετικές τιμές της $\mathcal{H}$.

Δυνατές φαίνονται μόνο συναρτήσεις κατανομής που δίνουν πεπερασμένη τιμή του $\mathcal{H}$ αφού άπειρη τιμή θα απαιτούσε άπειρη ποσότητα πληροφορίας. Ο $2^{ος}$ νόμος της θερμοδυναμικής μας βοηθά να επιλέξουμε λύσεις με καταστάσεις οι οποίες αποκλείουν φαινόμενα μη επιτρεπτά από αυτόν.

Η περιγραφή λοιπόν με πιθανότητες πραγματοποιεί εκείνο που ήταν αδύνατο στην περιγραφή με όρους τροχιών, την ενοποίηση δηλαδή θερμοδυναμικής και δυναμικής επιπλέον βρίσκουμε όλα τα αποτελέσματα με την δυναμική αλλά και νέα που μας οδηγούν σε νέες αντιλήψεις .

Για παράδειγμα οι συντονισμοί οδηγούν σε συσχετίσεις μεγάλης εμβέλειας ακόμη και αν οι δυνάμεις ανάμεσα στα μόρια είναι μικρής εμβέλειας, με εξαίρεση την κατάσταση ισορροπίας, όπου η εμβέλεια των συσχετίσεων προσδιορίζεται από εκείνη των δυνάμεων μεταξύ των σωματιδίων. Το συγκεκριμένο γεγονός μπορεί να εξηγήσει ότι η μη ισορροπία προκαλεί την εμφάνιση μιάς νέας συνοχής την οποία απεικονίζουν οι χημικές ταλαντώσεις και οι υδροδυναμικοί στροβιλισμοί. Δηλαδή η φυσική της ισορροπίας μπορεί να υποβάλλει μια εφησυχαστική η και ψευδή εικονα της φύσης .

Κατά τον Prigogine, επειδή τα περισσότερα δυναμικά συστήματα που περιγράφουν τα φαινόμενα είναι μη ολοκληρώσιμα κατά Poincare και είναι ΜΣΡ που παρουσιάζουν μόνιμες αλληλεπιδράσεις δέχονται καλύτερα μια θερμοδυναμική περιγραφή που αίρει την χρονική συμμετρία. Η προσέγγιση του κόσμου με τις διακυμάνσεις του, τους θορύβους του, το χάος είναι πιο κοντά στον κόσμο που είχαν φανταστεί οι Έλληνες ατομιστές. Η παρέγκλιση που εισήχθη για να λυθεί το

δίλημμα του Επίκουρου δεν είναι ξένο στοιχείο, είναι η έκφραση της δυναμικής αστάθειας .

Συνοπτικά ο Prigogine επικεντρώνεται σε 2 ουσιώδη στοιχεία στο στατιστικό επίπεδο θεωρεί μόνιμες αλληλεπιδράσεις άρα συναρτήσεις κατανομής μη τοπικές που είναι ιδιόμορφες και πρέπει να εγκαταλειφθεί ο χώρος Hilbert και δεύτερον κατά την περιγραφή των αλληλεπιδράσεων πρέπει να συμπεριληφθούν και οι συντονισμοί Poincare που εισάγουν νέους τύπους δυναμικών διαδικασιών. Στη συνέχεια παίρνουμε μία **μη αναγώγιμη,** δηλ. δεν εφαρμόζεται στις τροχιές, και **μιγαδική** φασματική παράσταση του τελεστή εξέλιξης (εδώ του Liouville) όπου μιγαδική σημαίνει άρση της χρονικής συμμετρίας όπως αναφέρθηκε. Έτσι οι νόμοι της δυναμικής ενσωματώνουν την μη αναστρεψιμότητα και δεν εκφράζουν πλέον βεβαιότητες αλλά δυνατότητες. Όπου δεν ισχύει ένα από τα ουσιώδη αυτά στοιχεία π.χ. αν θεωρήσουμε τοπικές συναρτήσεις κατανομής (παροδικές αλληλεπιδράσεις) επανερχόμαστε στην Νευτώνεια περιγραφή με όρους τροχιών .

5.2 Η απεικόνιση Bernoulli

Ο Prigogine θέτει το πρόβλημα της αντιμετώπισης των ασταθών συστημάτων στο εξατομικευμένο επίπεδο των τροχιών η στο στατιστικό επίπεδο με κατανομές πιθανότητας .

Θεωρεί ότι η περιγραφή με τις πιθανότητες είναι πλουσιότερη από αυτή των τροχιών και με τις νέες λύσεις που προκύπτουν μπορούμε να μελετήσουμε και συστήματα που χαρακτηρίζονται από τους συντονισμούς Poincare αλλά και την μετάβαση συστημάτων στην ισορροπία .

Στα ευσταθή συστήματα οι δύο περιγραφές συμπίπτουν. Στα ασταθή όμως διαχωρίζονται και διαφέρουν. Αναφέρει δε ένα παράδειγμα ασταθούς δυναμικού συστήματος και ντετερμινιστικού χάους, την απεικόνιση Bernoulli.

Οι χαοτικές απεικονίσεις είναι οι απλούστερες περιπτώσεις όπου τίθεται ζήτημα μη αναστρεψιμότητας. Από το 1906 ο Duhem είχε υπογραμμίσει ότι η τροχιά αποτελεί κατάλληλο τρόπο παράστασης αν δεν υπάρχει ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες.

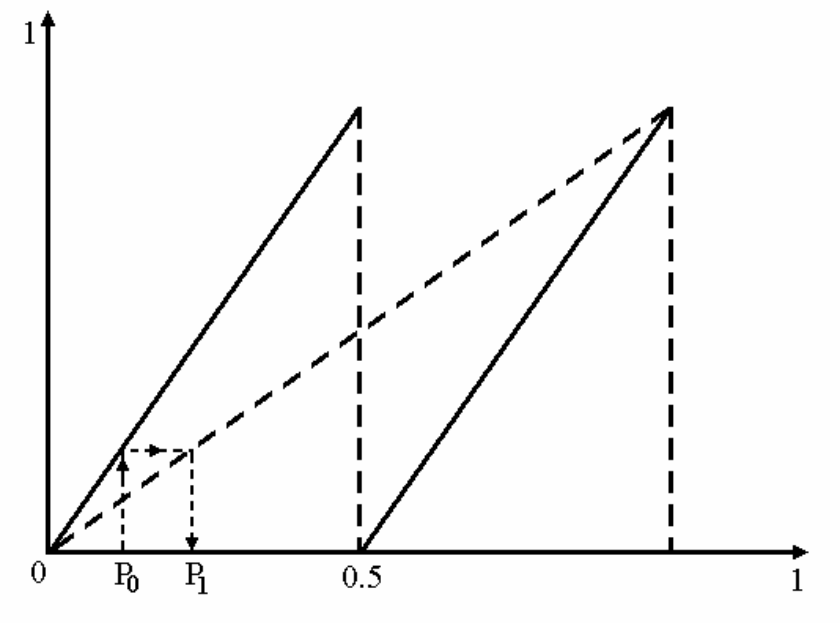
Βέβαια η εν λόγω απεικόνιση εισάγει την κατεύθυνση του χρόνου από την αρχή αφού αν αντί της εξίσωσης $x_{n+1} = 2x_n$ εισάγουμε την αντίστροφη $x_{n+1} = \frac{x_n}{2}$ βρίσκουμε έναν μοναδικό ελκυστή στο x = 0 στον οποίο συγκλίνουν όλες οι τροχιές, οποίες κι αν είναι οι αρχικές συνθήκες, αντί της κατάστασης που θα αναλυθεί παρακάτω άρα η συμμετρία του χρόνου έχει αρθεί στο επίπεδο εξίσωσης κίνησης. Μοντέλο αναστρέψιμων διαδικασιών είναι αυτό του μετασχηματισμού του αρτοποιού που θα μελετηθεί στην συνέχεια.

Η απεικόνιση Bernoulli αποδεικνύει ότι η περιγραφή με όρους τροχιών είναι αδόκιμη για την χρονική εξέλιξη των χαοτικών συστημάτων ακόμη και αν προέρχονται από ντετερμινιστικές εξισώσεις. Η ανάλυση με τις πιθανότητες περιλαμβάνει και την λύση που δίνει τις τροχιές αλλά και νέες λύσεις που μπορούν να περιγράψουν την μετάβαση στην ισορροπία με την φασματική παράσταση του τελεστή.

Η εξίσωση κίνησης στην απεικόνιση Bernoulli είναι $x_{n+1} = 2x_n \,(\mathrm{mod}1)$ (modulo 1 σημαίνει ότι περιοριζόμαστε στο 0 έως 1, αν το ξεπερνά αφαιρούμε το 1 και επανερχόμαστε στο αρχικό διάστημα). Σχηματικά παρίσταται όπως στο σχήμα 5.8.

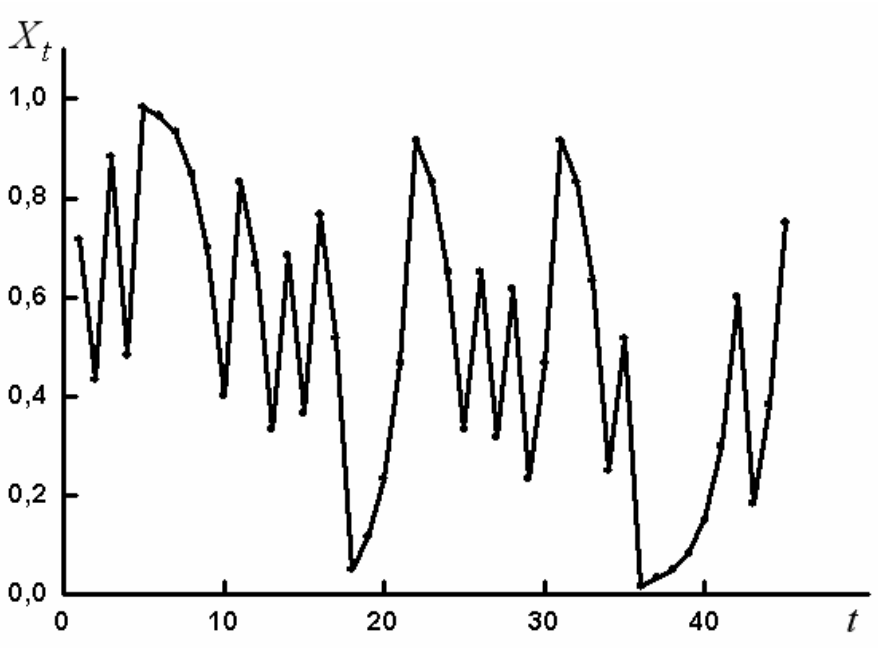
Ξεκινώντας από μία τιμή στο x, εστω το x_0, ορίζουμε την επόμενη στο διάστημα όμως [0,1] . Καθώς περνάει ο χρόνος που μετριέται με την

επανάληψη της διαδικασίας και δρα κατά διακριτό τρόπο παρατηρούμε ότι οι αποστάσεις γειτονικών σημείων αποκλίνουν εκθετικά με τον χρόνο επειδή η συντεταγμένη διπλασιάζεται σε κάθε βήμα. Η απόκλιση είναι ανάλογη με 2n έπειτα από n βήματα δηλαδή $e^{n\log 2}$. Αν ο χρόνος ήταν συνεχής η απόκλιση γίνεται ανάλογη με $e^{\lambda t}$ οπου λ=log2 και είναι ο συντελεστής Lyapounov.

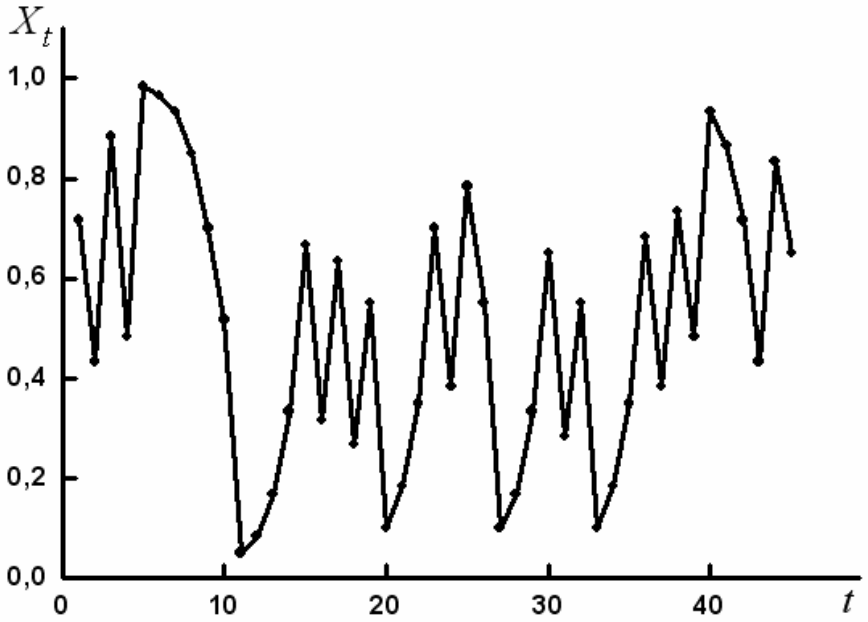


Σχήμα 5.8

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται οι ακανόνιστες τροχιές καθώς με την πάροδο του χρόνου η τροχιά πλησιάζει όσο θέλουμε κάθε σημείο που περιλαμβάνεται μεταξύ 0 και 1 για 2 διαφορετικές αρχικές συνθήκες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους.



Σχήμα 5.9



Σχήμα 5.10

Στο στατιστικό επίπεδο τώρα έχουμε τις συναρτήσεις κατανομής και διατυπώνεται το πρόβλημα με την αναδρομική σχέση

$$\rho_{n+1}(x) = U\rho_n(x) \tag{5.7}$$

όπου η συνάρτηση κατανομής $\rho_{n+1}(x)$ μετά από n+1 απεικονίσεις προκύπτει από την δράση του τελεστή U πανω στην $\rho_n(x)$ που είναι η συνάρτηση κατανομής έπειτα από n απεικονίσεις .

Εύκολα υπολογίζουμε τον τελεστή εξέλιξης U. Κατασκευάζουμε την εξίσωση

$$\rho_{n+1}(x) = U\rho_n(x) = \rho_n\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{\rho_n\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)}{2} \tag{5.8}$$

Μπορούμε να υπολογίσουμε την $\rho_{n+1}(x)$ στο σημείο x από την $\rho_n(x)$ στα σημεία $\frac{x}{2}$ και $\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$.

Παρατηρούμε ότι αν $\rho_n(x) = c$ τότε

$$\rho_{n+1}(x) = Uc = c + \frac{c}{2} = c \tag{5.9}$$

Η ομοιόμορφη κατανομή σε αυτό το πρόβλημα αντιστοιχεί στην ισορροπία. Αυτή είναι η συνάρτηση κατανομής στην οποία καταλήγουμε με $n \to \infty$ αν αρχίσουμε με οποιαδήποτε κατανομή.

Αν $\rho_n(x) = x$ τοτε

$$\rho_{n+1}(x) = Ux = \frac{x}{2} + \frac{\frac{x}{2}+\frac{1}{2}}{2} = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \tag{5.10}$$

Οι ιδιοσυναρτήσεις του τελεστή U απαραίτητες για την φασματική παράσταση του όπως ορίστηκε μπορούν να βρεθούν.

Μια ιδιοσυνάρτηση είναι η $x - \frac{1}{2}$ αφού

$$U\left(x-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right) \text{ ιδιοτιμή η } \lambda = \frac{1}{2}. \tag{5.11}$$

Η νιοστή δύναμη του τελεστή U είναι:

$$U^n\left(x-\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^n\left(x-\frac{1}{2}\right) \text{ με } \lim_{n\to\infty} U^n=0 \qquad (5.12)$$

Άρα μια συνεισφορά της μορφής $x-\frac{1}{2}$ στην πιθανότητα ρ εξαλείφεται με την πάροδο του χρόνου, ο οποίος εδώ έχει διακριτοποιηθεί αφού η μεταβολή συντελείται σε τακτά χρονικά διαστήματα, μας οδηγεί όμως σε απλουστευμένη μορφή εξισώσεων κίνησης και μας επιτρέπει να συγκρίνουμε το εξατομικευμένο επίπεδο (τροχιές) και το στατιστικό επίπεδο (πιθανότητες)

Η ταχύτητα απόσβεσης συνδέεται με τον εκθέτη Lyapounov που εδώ είναι $\frac{1}{2}$. Η συνάρτηση $x-\frac{1}{2}$ ανήκει στα πολυώνυμα Bernoulli $B_m(x)$ που είναι και οι ιδιοσυναρτήσεις του τελεστή U και έχουν ιδιοτιμές $\frac{1}{2^m}$ όπου m ο βαθμός του πολυωνύμου.

(Hasegawa , Tasaki , Gaspard , Αντωνίου , Phys. Rev. Lett. Τόμος 56 1986 , σελ 405 Phys. Rev E τομος 50 1994 σελ.1781-1809).

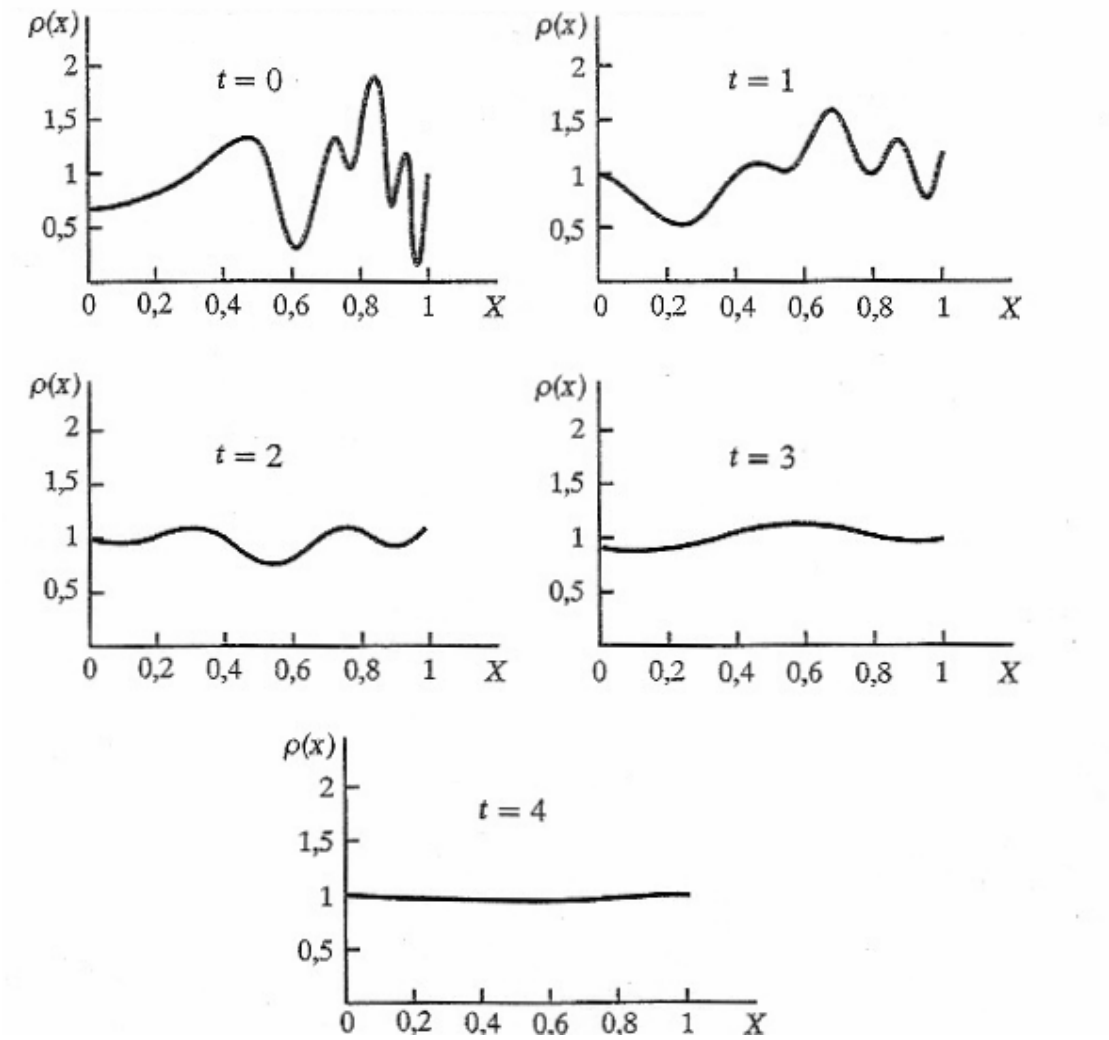
Έτσι όταν η πιθανότητα ρ παριστάνεται σαν συνδυασμός των πολυωνύμων Bernoulli γίνεται άθροισμα συνεισφορών οι οποίοι εξαλείφονται τόσο γρήγορα όσο μεγαλύτερος είναι ο βαθμός m αφού ο όρος απόσβεσης είναι $\frac{1}{2^m}$. Τελικά η ρ τείνει σε μία σταθερά και επιβιώνει μόνο το $B_0(x)=1$.

Η κατασκευή της φασματικής παράστασης του τελεστή U με όρους πολυωνύμων Bernoulli αντιστοιχεί στην ολοκλήρωση του δυναμικού συστήματος. Υπολογίζουμε την $\rho_n=U^n\rho_0$ από την αρχική ρ_0.

Για την φασματική παράσταση του τελεστή U χρειάζονται 2 σύνολα ιδιοσυναρτήσεων τα πολυώνυμα Bernoulli που είναι ομαλές

συναρτήσεις αλλά και τα $B_m^{\sim}(x)$ που είναι μη ομαλές συναρτήσεις και συνδέονται με τις παραγώγους της συνάρτησης δ .

Τα αποτελέσματα φαίνονται στα παρακάτω σχήματα ενώ η τροχιά παραμένει ακανόνιστη η συνάρτηση $\rho_n(x)$ τείνει γρήγορα και ομαλά προς μία σταθερή τιμή.

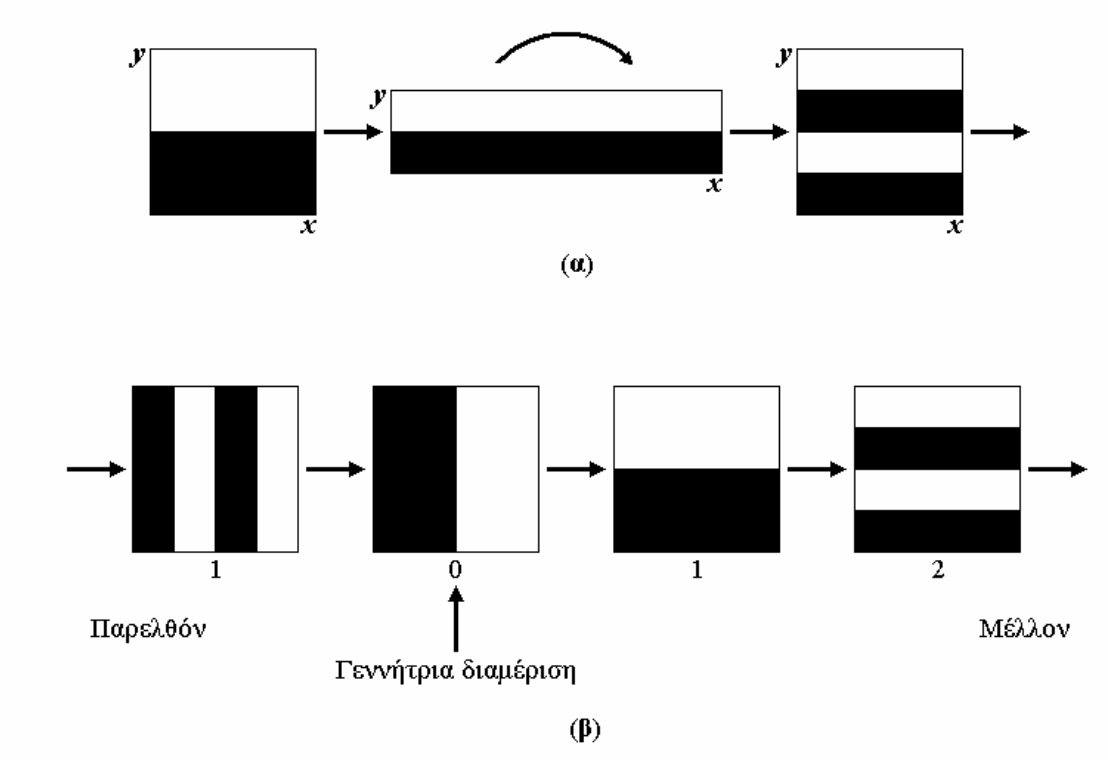


Σχήμα 5.11

Επειδή χρειαζόμαστε και τα 2 σύνολα και τις ομαλές συναρτήσεις $B_m(x)$ και τις μη ομαλές $B_m^{\sim}(x)$ πρεπει να αφήσουμε τον χώρο Hilbert και να ασχοληθούμε με γενικευμένους χώρους Hilbert η χώρους Gelfand.

Κατά τον Prigogine η περιγραφή με τις πιθανότητες υπερτερεί από αυτήν με τροχιές. Στα χαοτικά μάλιστα συστήματα είναι και η σωστότερη λύση και η επιτυχία της κλασσικής θεωρίας των τροχιών και της κβαντικής θεωρίας των κυματοσυναρτήσεων καθυστέρησε την επέκταση της δυναμικής στο στατιστικό επιπεδο που επιτρέπει τελικά την ενσωμάτωση της μη αναστρεψιμότητας στη θεμελιώδη περιγραφή της φύσης .

Ένα άλλο παράδειγμα αντιστρεπτού ασταθούς χαοτικού συστήματος που αναφέρει ο Prigogine είναι αυτό του μετασχηματισμού του αρτοποιού που είναι η γενίκευση της απεικόνισης Bernoulli όπου αντί για μια μεταβλητή $0 \leq x \leq 1$ υπάρχει άλλη μια $0 \leq y \leq 1$ έτσι ώστε στο επίπεδο να έχουμε ένα τετράγωνο με πλευρά τη μονάδα. Ο μετασχηματισμός συμπιέζει το τετράγωνο σε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και κατόπιν το κόβει στη μέση και ξανακατασκευάζει το τετράγωνο. Στον άξονα x η τετμημένη διαστέλλεται αφού διπλασιάζεται η απόσταση ενώ στην τεταγμένη συστέλλεται αφού μειώνεται στο μισό. Η επιφάνεια είναι η ίδια (βλέπε σχήμα 2.12)

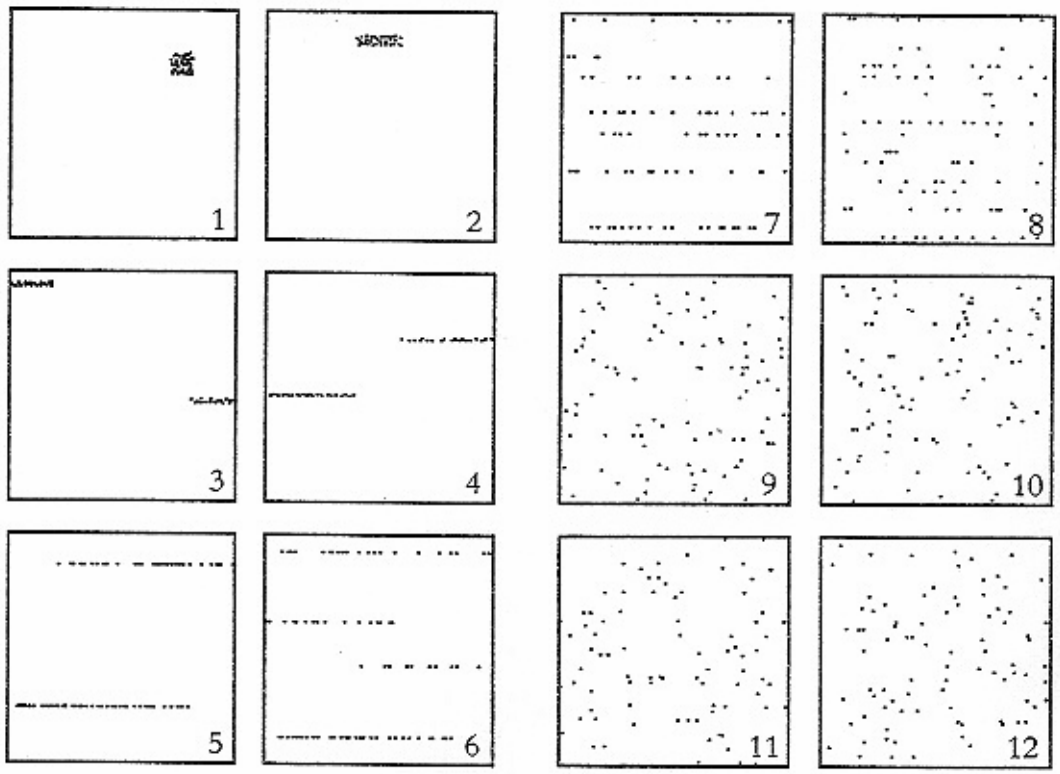


***Σχήμα* 5.12**. *(α) Ο μετασχηματισμός του αρτοποιού, (β) Ξεκινώντας από τη λεγόμενη "γεννήτρια διαμέριση", διαδοχικοί μετασχηματισμοί του αρτοποιού δημιουργούν οριζόντιες λωρίδες ολοένα περισσότερες και λεπτότερες. Αντίστροφοι, διαδοχικοί μετασχηματισμοί, ξεκινώντας από την ίδια διαμέριση, δημιουργούν κατακόρυφες λωρίδες.*

5.3 Η απεικόνιση του αρτοποιού

Η απεικόνιση του "αρτοποιού" αντιστρέφεται. Αρκεί να εναλλάξουμε το ρόλο του x με το y. Το τετράγωνο δεν συμπιέζεται πλέον σε ορθογώνιο αλλά επιμηκύνεται κατακόρυφα. Ο αντίστροφος μετασχηματισμός επαναφέρει στην αρχική του θέση κάθε σημείο του τετραγώνου. Άρα είναι αντιστρέψιμος στο χρόνο.

Όπως και προηγούμενη απεικόνιση Bernoulli είναι παράδειγμα ντετερμινιστικού χάους και χαρακτηρίζεται από θετικό εκθέτη Lyapounov και αυτός είναι λ=log2 (υπάρχει όμως και ένας λ=-log2 που χαρακτηρίζει την y).Στο σχήμα 2 παρουσιάζεται μια αριθμητική προσομοίωση του μετασχηματισμού του αρτοποιού για αύξοντες χρόνους.



Σχήμα 5.13. *Αριθμητική προσομοίωση του μετασχηματισμού του αρτοποιού για αύξοντες χρόνους (αριθμός των μετασχηματισμών).*

Καθώς οι συντεταγμένες περιορίζονται στο [0,1] τα σημεία διασπείρονται και κατανέμονται ομοιόμορφα. Η πιθανότητα ρ(x,y) όπως και στην προηγούμενη απεικόνιση τείνει γρήγορα προς μια σταθερή τιμή όπως και στην απεικόνιση Bernoulli. Ο μετασχηματισμός αυτός έχει την ιδιότητα της αναδρομής.

Το θεώρημα της αναδρομής του Poincare λεει ότι αν παρατηρήσουμε τις τροχιές των σημείων μιας οποιασδήποτε περιοχής Δ του μοναδιαίου τετραγώνου που έχει μη μηδενικό εμβαδόν όλα σχεδόν τα σημεία της περιοχής Δ θα επιστρέψουν άπειρες φορές στο Δ. Σχεδόν όλα σημαίνει ότι όσα δεν επιστρέψουν θα έχουν μηδενικό εμβαδόν.

Η προσπάθεια του Prigogine συνίσταται στο να διαχωρίσει τις 2 διακριτές χρονικές εξελίξεις που περιλαμβάνονται στις εξισώσεις κίνησης.

Στο στατιστικό επίπεδο έχουμε 2 περιγραφές η μία περιγράφει την μετάβαση στην ισορροπία στο μέλλον μας ($t \to \infty$) και η άλλη στο παρελθόν. Όλες οι μη αναστρέψιμες διαδικασίες στη φύση χαρακτηρίζονται από μια κοινή κατεύθυνση του βέλους του χρόνου. Όλες παράγουν εντροπία στην ίδια κατεύθυνση που είναι το μέλλον και για αυτό επιλέγουμε την περιγραφή που καταλήγει σε ισορροπία στο μέλλον, δηλαδή $t \to \infty$. Αυτό γίνεται γιατί είναι αναπόφευκτη η συνέπεια της συμμετρίας των εξισώσεων κίνησης.

Στο στατιστικό επίπεδο η περιγραφή λεπτομερέστερα είναι ως εξής (παρόλο το παράδοξο η δυναμική να είναι αναστρέψιμη στο χρόνο με διαδικασίες μη αναστρέψιμες στο στατιστικό επίπεδο). Ορίζουμε τελεστή U Perron- Frobenius που ορίζεται $\rho_{n+1}(x,y) = \mathrm{U}\rho_n(x,y)$ σύμφωνα με γενικό θεώρημα, π.χ. στο Functional Analysis των F. Riesz και B.Sz-Nagy (Dover 1991) ή Ergodic Problems of Classical Mechanics (Νέα Υόρκη, Benjamin 1968). Τα δυναμικά συστήματα που επιδέχονται

αντίστροφο μετασχηματισμό έχουν φασματική παράσταση με ομαλές συναρτήσεις μόνο στο χώρο Hilbert.

Μια τέτοια παράσταση είναι γνωστή για την παραπάνω απεικόνιση, οι ιδιοτιμές είναι κατανεμημένες σε μοναδιαίο κύκλο και δεν έχει καμία νέα πληροφορία για την προσέγγιση της ισορροπίας. Με όρους τροχιάς έχουμε τη λύση

$$\delta\left(x-x_{n+1}\right)\delta\left(y-y_{n+1}\right)=\mathrm{U}\delta\left(x-x_n\right)\delta\left(y-y_n\right) \qquad (5.13)$$

Είμαστε αναγκασμένοι να υπερβούμε τον χώρο Hilbert για να πάρουμε περισσότερες πληροφορίες και να μεταβούμε σε γενικευμένο χώρο με αντίστοιχη φασματική παράσταση.

Οι ιδιοτιμές είναι ίδιες με την απεικόνιση Bernoulli:

$$\lambda_n=\frac{1}{2^m} \qquad (5.14)$$

Οι ιδιοσυναρτήσεις είναι ανώμαλες αφού κατασκευάζονται από τις συναρτήσεις $B_m\left(x\right)$ της απεικόνισης Bernoulli. Αυτές οι παραστάσεις είναι μη αναγώγιμες και εφαρμόζονται μόνο στις συναρτήσεις δοκιμής. Έτσι περιοριζόμαστε πάλι σε ομαλές συναρτήσεις ενώ οι ξεχωριστές τροχιές που αντιστοιχούν σε ιδιόμορφες συναρτήσεις δ αποκλείονται.

Παρατηρούμε πάλι την άρση ισοδυναμίας ανάμεσα στις τροχιές και τη στατιστική περιγραφή. Η στατιστική περιγραφή μας οδηγεί στην ισορροπία.

Ένα νέο στοιχείο σε σχέση με την απεικόνιση Bernoulli στη 2η απεικόνιση ο τελεστής U (Perron-Frobenius) έχει αντίστροφο U^{-1} με $\rho_{n-1}=\mathrm{U}^{-1}\rho_n$.

Στο χώρο Hilbert δεν έχει σημασία αφού $\mathrm{U}^{i+j}=\mathrm{U}^i\mathrm{U}^j$ όποια κι αν είναι τα πρόσημα των i και j (θετικό για το μέλλον, αρνητικό για το παρελθόν). Η εξέλιξη στο χώρο Hilbert είναι μια δυναμική ομάδα. Αντίθετα με για τις μη αναγώγιμες φασματικές παραστάσεις υπάρχει ουσιώδης διαφορά

ανάμεσα στο μέλλον και στο παρελθόν. Οι ιδιοτιμές του U^n είναι της μορφής

$$\left(\frac{1}{2^m}\right)^n = \mathrm{U}^{-nm\log 2} \text{ αλλά για } n > 0 \qquad (5.15)$$

δηλαδή στο μέλλον υπάρχει απόσβεση ενώ για n < 0 δηλαδή στο παρελθόν, απειρίζεται. Υπάρχουν δηλαδή 2 διαφορετικές φασματικές παραστάσεις η μια εφαρμόσιμη στο μέλλον και η άλλη στο παρελθόν. Οι 2 κατευθύνσεις που δεν διακρίνονται στο χώρο Hilbert με όρους τροχιάς τώρα διαφοροποιούνται.

Στους γενικευμένους συναρτησιακούς χώρους η δυναμική ομάδα αναλύεται σε δυο ημιομάδες. Όπως έχουμε υπογραμμίσει επιλέγουμε την ημιομάδα που αποκαθιστάται η ισορροπία στο δικό μας μέλλον.

Κατά τον Prigogine οφείλουμε να διατυπώνουμε με πιθανοκρατικούς όρους τους νόμους της δυναμικής, όταν αυτοί αφορούν χαοτικά συστήματα, κάτι που απαιτεί να αφήσουμε το χώρο Hilbert που ορίζεται για ομαλές μόνο συναρτήσεις.

Με μια επέκταση μας επιτρέπεται να συμπεριλάβουμε τις μη αναστρέψιμες διαδικασίες στη δυναμική περιγραφή.

Η μη αναστρεψιμότητα συνδέεται μόνο με τον θετικό εκθέτη Lyapounov πρόσφατα η θεώρηση αυτή επεκτάθηκε σε μη αναστρέψιμες διαδικασίες όπως η διάχυση και διαδικασίες μεταφοράς.

Στη στατιστική περιγραφή που εισήχθη από τον Gibbs δεν θεωρούνται μεμονωμένα άτομα αλλά πληθυσμοί ατόμων. Κατά τον Prigogine υπάρχει συλλογική περιγραφή που δεν ανάγεται στην περιγραφή των ατόμων άρα δεν έχουμε μόνο την αιτιοκρατική όπου ο χρόνος είναι απόλυτος και αναστρέψιμος.

Η εξέλιξη των πληθυσμών περιγράφεται στην κλασσική μηχανική από τον τελεστή του Koopman V_t (όπου t ο χρόνος με πραγματικές ή ακέραιες τιμές) με

$$V_t f(x,p) = f(x_t, p_t) \tag{5.16}$$

Ο τελεστής αυτός δρα στις συναρτήσεις φάσεως f που είναι τα κλασσικά παρατηρήσιμα μεγέθη.

Οι θέσεις και ορμές των σωματιδίων την χρονική στιγμή t είναι x_t και p_t και εξελίσσονται σύμφωνα με τους νόμους του Νεύτωνα ή με τη στατιστική περιγραφή που δίνει την αναμενόμενη τιμή μιας συνάρτησης

$$(V_t \mid f) = \int dxdp\rho(x,p) V_t f(x,p) \tag{5.17}$$

όπου $\rho(x,p)$ είναι η αρχική πυκνότητα πιθανότητας του συστήματος στον χώρο των φάσεων.

Η εξέλιξη των κυματοσυναρτήσεων ψ είναι επίσης αιτιοκρατική και αναστρέψιμη στο χρόνο όπως προκύπτει από την εξίσωση του Schrodinger. Η στατιστική πρόβλεψη στην κβαντική μηχανική δίνεται από την αναμενόμενη τιμή

$$\left(\hat{p} \mid V_t^{QM} A\right) = trace\left(\hat{p} V_t^{QM} A\right) \tag{5.18}$$

όπου $\hat{p}$ το αρχικό μείγμα κυματοσυναρτήσεων.

Έτσι το βασικό πρόβλημα είναι να ξεχωρίσουμε ποιος είναι ο φορμαλισμός με πιθανοθεωρία που ανάγεται σε τροχιές και κυματοσυναρτήσεις και αυτό το πιθανοθεωρητικό μοντέλο που δεν ανάγεται και παραμένει μη αναστρέψιμο στο χρόνο.

Εάν μπορούμε να αναγάγουμε την στατιστική περιγραφή σε κατανομή Dirac εντοπισμένη σε κάποιο σημείο $(\tilde{x}, \tilde{p})$ με

$$\rho(x,p) = \delta(x - \tilde{x})\delta(p - \tilde{p}) \tag{5.19}$$

τότε η στατιστική περιγραφή ανάγεται σε μεμονωμένες τροχιές που θα είναι λύσεις των Νευτώνειων εξισώσεων. Το παραπάνω εξαρτάται από το είδος των συναρτήσεων που μας δίνουν το φασματικό ανάπτυγμα του τελεστή Koopman

$$V_t = \sum_{\nu} e^{iz_\nu t} \left|\Phi_\nu\right\rangle\left\langle\Phi_\nu\right| \tag{5.20}$$

Τα bras και τα kets $\left|\Phi_\nu\right\rangle$ και $\left\langle\Phi_\nu\right|$ είναι δεξιές και αριστερές ιδιοσυναρτήσεις του τελεστή Koopman αντίστοιχα. Έτσι η αναμενόμενη τιμή θα είναι

$$\left(p\,|\,V_t f\right) = \sum_{\nu} e^{iz_\nu t} \left(p\,|\,\Phi_\nu\right)\left(\phi\,|\,f\right) \tag{5.21}$$

Εάν η εντοπισμένη σε κάποιο σημείο κατανομή Dirac μπορεί να εισαχθεί στην παραπάνω τότε η εξέλιξη ανάγεται σε μεμονωμένες τροχιές και υπάρχει η αντιστροφή του χρόνου.

Αν δεν μπορεί να γίνει κάτι τέτοιο έχουμε μη αναγώγιμη περιγραφή και το βέλος του χρόνου είναι γεγονός. Όμοια στην κβαντομηχανική μπορεί να εισαχθούν στην στατιστική πρόβλεψη οι μονοδιάστατες προβολές που αντιστοιχούν στις κυματοσυναρτήσεις $\hat{p} = \left|\psi\right\rangle\left\langle\psi\right|$ και να μας δώσουν την εξίσωση Scrodinger.

Παρόλα αυτά όμως από τις αναγώγιμες μορφές δεν μπορούν να προκύψουν η μικροκανονική και η κανονική κατανομή του Gibbs ως κατανομές ισορροπίας στο απώτερο μέλλον στο χώρο Hilbert, δηλαδή

$$\left(p\,|\,V_t f\right) \xrightarrow{t\to\infty} \left(p_{\mu\iota\kappa\rho o\kappa\alpha\nu o\nu\iota\kappa\eta}\,|\,f\right) \tag{5.22}$$

$$\left(p\,|\,V_t f\right) \xrightarrow{t\to\infty} \left(p_{\kappa\alpha\nu o\nu\iota\kappa\eta}\,|\,f\right) \tag{5.23}$$

Ο Gibbs εισήγαγε τις κατανομές $p_{\mu\iota\kappa\rho o\kappa\alpha\nu o\nu\iota\kappa\eta}$ και $p_{\kappa\alpha\nu o\nu\iota\kappa\eta}$ που περιγράφουν και εξηγούν την θερμοδυναμική ισορροπία αλλά το έκανε για πρακτικούς λόγους, επειδή οι μετρήσεις δεν είναι ακριβείς αλλά προσεγγιστικές. Αυτό όμως θα οδηγούσε σε αποκλίσεις από τη θερμοδυναμική της ισορροπίας στην διάκριση π.χ. των υγρών, στερεών και αερίων που προκύπτει στο θερμοδυναμικό όριο όπου θεωρούμε άπειρο αριθμό σωματιδίων και πεπερασμένη συγκέντρωση. Έτσι η θερμοδυναμική ισορροπία δεν μπορεί να προκύψει από τη δυναμική ισορροπία αφού είναι απαραίτητη στατιστική μη αναγώγιμη περιγραφή.

Έτσι στις κατανομές Gibbs οδηγούμαστε όχι από τις προσεγγίσεις αλλά από θεμελιώδη περιγραφή της φύσης όπου μη αναγώγιμος και χρονικά μη αναστρέψιμος μαθηματικά φορμαλισμός οδηγεί στις κατανομές Gibbs. Για να γίνει αυτό χρειάζεται κατάλληλη επέκταση του τελεστή Koopman σε γενικευμένους χώρους συναρτήσεων. Τέτοιες επεκτάσεις μπορούν να κατασκευαστούν για όλα τα συστήματα. Για τα ολοκληρώσιμα συστήματα οι επεκτάσεις αυτές είναι αναγώγιμες αλλά οι χαοτικές απεικονίσεις τα μεγάλα μη ολοκληρώσιμα συστήματα Poincare και τα ασταθή κβαντικά σωματίδια δεν ανάγονται αφού η θερμοδυναμική περιγραφή είναι θεμελιώδης.

Για τα χαοτικά συστήματα όπως για παράδειγμα ο μετασχηματισμός Bernoulli ή Renyi

$$Rx = 2x\left(\mathrm{mod}1\right) = \begin{cases} 2x,\ 0 \le x < \dfrac{1}{2} \\ 2x-1,\ \dfrac{1}{2} < x \le 1 \end{cases} \qquad (5.24)$$

Οι διαδοχικές δράσεις $R^n, n = 1,2,3...$ορίζουν ένα χαοτικό δυναμικό σύστημα διακριτό ως προς το χρόνο ο τελεστής Koopman έχει μια φασματική ανάλυση

$$V=\sum_{n=0}^{\infty}2^{-n}\left|B_n\right\rangle\left\langle\beta_n\right| \tag{5.25}$$

Έξω από το χώρο Hilbert που δεν ανάγεται όπου η ανάλυσή του γίνεται με τα πολυώνυμα Bernoulli β_n n βαθμού

$$B_n(x)=(-1)^{n-1}\frac{\delta^{n-1}(x-1)-\delta^{n-1}(x)}{n!} \tag{5.26}$$

όπου $\delta^{(n)}$ η n-οστή παράγωγος της συνάρτησης Dirac. Οι εντοπισμένες πυκνότητες $p(x-\tilde{x})$ δεν είναι αποδεκτές και έτσι έχουμε περιγραφή εγγενώς με πιθανότητες μόνο.

Στον μετασχηματισμό του αρτοποιού:

$$B\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{cases}2x(\mathrm{mod}1)\\ \begin{cases}\frac{y}{2},\ \varepsilon\alpha\nu\ x\in\left[0,\frac{1}{2}\right)\\ \frac{y+1}{2},\ \varepsilon\alpha\nu\ x\in\left[\frac{1}{2},1\right)\end{cases}\end{cases} \tag{5.27}$$

ο οποίος είναι αντιστρέψιμος

$$B^{-1}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{cases}\begin{cases}\frac{x}{2},\ \varepsilon\alpha\nu\ y\in\left[0,\frac{1}{2}\right)\\ \frac{x+1}{2},\ \varepsilon\alpha\nu\ y\in\left[\frac{1}{2},1\right)\end{cases}\\ 2x(\mathrm{mod}1)\end{cases} \tag{5.28}$$

Ο τελεστής Koopman είναι μοναδιαίος στο χώρο Hilbert των τετραγωνικά ολοκληρώσιμων συναρτήσεων και έχει το γνωστό φασματικό ανάπτυγμα με χρονική συμμετρία. Εκτός αυτού όμως έχει και φασματικό ανάπτυγμα τύπου Jordan

$$V=\sum_{\nu=0}^{\infty}\left(2^{-\nu}\sum_{r=0}^{\nu}\Phi_{\nu,r}\right)\left(\phi_{\nu,r}\right|+\sum_{r=0}^{\nu-1}\Phi_{\nu,r}\Big)\left(\phi_{\nu,r+1}\right|\Big) \tag{5.29}$$

που είναι μια επέκταση του τελεστή Koopman σε γενικευμένους χώρους συναρτήσεων οι οποίες αίρουν τη χρονική συμμετρία αφού ο χώρος

επέκτασης για την ημιομάδα $V^n, n=1,2,3...$ του μέλλοντος διαφέρει από το χώρο επέκτασης για την ημιομάδα $V^n, n=-1,-2,-3...$ του παρελθόντος. Όταν επεκταθεί η μοναδιαία ομάδα των τελεστών Koopman διασπάται σε 2 διαφορετικές ημιομάδες που αντιστοιχούν στις 2 κατευθύνσεις του χρόνου. Η γενικευμένη εξέλιξη είναι εγγενώς πιθανοκρατική αφού οι σημειακές πιθανότητες

$$p(x,y)=\delta(x-\tilde{x})\delta(y-\tilde{y}) \tag{5.30}$$

δεν ανήκουν στο πεδίο ορισμού του φασματικού αναπτύγματος τύπου Jordan όπως αναφέρθηκε παραπάνω.

Αυτό που μας αναγκάζει να χρησιμοποιήσουμε την γενικευμένη περιγραφή που αίρει τη χρονική ασυμμετρία είναι ότι οι αρχικές συνθήκες στα χαοτικά συστήματα δεν καθορίζουν την εξέλιξη και μια μικρή τους διαφορά λόγω της εκθετικής απόκλισης των τροχιών θα δώσει διαφορετικές λύσεις επομένως πέρα από τον ορίζοντα προβλεψιμότητας οι υπολογισμοί δεν είναι αξιόπιστοι ενώ με τη χρήση αρχικών πιθανοτήτων και τις φασματικές αναλύσεις είναι εφικτός και έχει νόημα.

Η διαφορά της δυναμικής ως μαθηματικής θεωρίας και της θερμοδυναμικής είναι ότι στην δυναμική δεν υπάρχουν χρόνοι αποδιέγερσης. Έτσι χρειάζεται να επεκτείνουμε την δυναμική ώστε να συμπεριλαμβάνουν τους χαρακτηριστικούς χρόνους αποδιέγερσης και είναι αυτό που κερδίζουμε με τα φασματικά αναπτύγματα σε γενικευμένους συναρτησιακούς χώρους.

Επαναλαμβάνουμε ότι το βέλος του χρόνου στην κλασσική κατά Von Neumann εκδοχή οφείλεται στη μέτρηση όπου η αναγωγή της κυματοδέσμης σε μείγμα είναι αποτέλεσμα της παρέμβασης του ανθρώπου-παρατηρητή που εκτελεί τη μέτρηση. Δηλαδή η μη αναστρέψιμη μέτρηση δεν δύναται να περιγραφεί με δυνάμεις που καθορίζουν τη δυναμική εξέλιξη. Η μη αναστρεψιμότητα εισάγεται από

τον εξωδυναμικό παρατηρητή. Στον γενικευμένο φορμαλισμό που εισάγει ο Prigogine με τις πιθανότητες οι κυματοσυναρτήσεις μπορούν να εξελιχθούν σε μείγματα χωρίς την παρέμβαση εξωδυναμικών παρατηρητών.

Κεφάλαιο 6.

Χρονική ασυμμετρία και κβαντομηχανική

6.1 Χώρος Hilbert

Η κλασσική κβαντική θεωρία στο χώρο Hilbert $\mathcal{H}$ είναι, όπως αναφέρθηκε μια συμμετρική θεωρία στο χρόνο με μια συμμετρική δυναμική διαφορική εξίσωση και συμμετρικές συνοριακές συνθήκες. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με πολλά χρονικά ασύμμετρα φαινόμενα που παρατηρούνται στη κλασσική και κβαντική φυσική, π.χ. η διάσπαση κβαντικών σωματιδίων και το εκτεινόμενο σύμπαν σαν όλον όταν θεωρείται ένα κλειστό κβαντικό σύστημα. Μια κβαντική θεωρία που ταιριάζει σ' ένα τέτοιο σύμπαν εξ' αιτίας του κοσμολογικού βέλους του χρόνου χρειάζεται ο χρόνος να είναι ασύμμετρος.

Στην κβαντική μηχανική των μετρούμενων συστημάτων μια κατάσταση πρέπει να προετοιμαστεί πριν μπορέσουμε να κάνουμε μια παρατήρηση, αυτό μας δίνει μια απτή αιτία για μια ασύμμετρη ημιομάδα της εξέλιξης του χρόνου. Στην κλασσική φυσική λύσεις συμμετρικών δυναμικών εξισώσεων με ασύμμετρες συνοριακές συνθήκες μπορούν να εξαχθούν στο χώρο Hilbert όμως δεν επιτρέπεται τέτοια ασύμμετρη μεθοδολογία. Επιτρέπουν μόνο την αντιστρεπτή μοναδιαία ομάδα εξέλιξης με συμμετρικές στο χρόνο συνοριακές συνθήκες.

Είναι πλατιά διαδεδομένη η άποψη ότι η ασύμμετρη χρονική εξέλιξη ή μη αντιστρεπτότητα του χρόνου ενός κλειστού κβαντικού συστήματος

είναι αδύνατη, ίσως κατά αναλογία της Κλασσικής μηχανικής. Σε αυτό βοηθά και η αναστρεψιμότητα της χρονικής εξέλιξης της Χαμιλτονιανής της κβαντικής θεωρίας του Von Neumann στο χώρο Hilbert.

Εδώ σ' αυτόν τον χώρο οι χωροχρονικοί μετασχηματισμοί (Γαλιλαίου, Πουανκαρέ) περιγράφονται με μοναδιαία ομάδα στον χώρο Hilbert $\mathcal{H}$ όπου η εξέλιξη του χρόνου είναι

$$U^{+}(t)=e^{-iHt},\ -\infty<t<\infty \tag{6.1}$$

Αυτό είναι απόρροια των μαθηματικών θεωρημάτων που ισχύουν εκεί στον H.S. (Hilbert space).

Κατά τον Bohm, για την χρονική ασύμμετρη κβαντική θεωρία, τα μαθηματικά για τα kets του Dirac μπορεί να τα προμηθεύσει ο γενικευμένος (εφοδιασμένος) χώρος Hilbert (R.H.S.). Αυτά τα μαθηματικά χρησιμοποιούν ένα ζευγάρι του R.H.S. από τις κλάσεις Hardy με συμπληρωματική αναλυτική ιδιότητα μια από τις προετοιμασμένες καταστάσεις ("in states") και μια άλλη για τις καταγραμμένες παρατηρήσιμες ("out states").

Ο R.H.S περιέχει τις Gamow kets οι οποίες έχουν όλες τις ιδιότητες που χρειάζονται για να παραστήσουν φθίνουσες καταστάσεις και αναδράσεις. Οι Gamow kets έχουν μόνο ασύμμετρη χρονική εξέλιξη.

Αν παραβλέψουμε τα μαθηματικά του χώρου Hilbert στην θεωρία σκέδασης κάποιος μπορεί να διαλέξει ασύμμετρες χρονικά συνθήκες από "καταστάσεις" επίπεδων κυμάτων "μέσα" και "έξω" $\left|E^{+}\right\rangle$ και $\left|E^{-}\right\rangle$.

Τα kets του Dirac $\left|E\right\rangle$, $0\leq E<\infty$ δεν είναι στοιχεία του χώρου Hilbert αλλά γενικευμένα ιδιοδιανύσματα και απαιτούν επέκταση του χώρου Hilbert $\mathcal{H}$ στον εφοδιασμένο (γενικευμένο) χώρο Hilbert $\phi\subset\mathcal{H}\subset\phi^{\times}$, όπου ϕ είναι γραμμικό βαθμωτό γινόμενο των καλώς συμπεριφορομένων διανυσμάτων $\phi\in\Phi$ όπου αντιπροσωπεύονται από λείες

ομαλές συναρτήσεις $\langle \mathrm{E} | \phi \rangle$ ενώ $\phi^{\times} \ni | E \rangle$ είναι ο χώρος των μη γραμμικών συναρτησιακών.

Στο S-matrix το στοιχείο γίνεται

$$\left(\psi^{out}, s\phi^{in}\right) = \left(\psi^{-}, \phi^{+}\right) = \sum_{bb'} \int_{0}^{\infty} dE \left\langle \psi^{-} \middle| b, E \right\rangle \left\langle b \middle| s(E) \middle| b' \right\rangle x \left\langle {}^{+}b', E \middle| \phi^{+} \right\rangle \quad (6.2)$$

Οι Dirac καταστάσεις διασκορπισμού εμφανίζονται ως $| E^{\pm} \rangle$ οι οποίες επικρατούν από τις $| E \rangle$. Εξάλλου από την εξίσωση Lippmann-Schwinger για να αναλυθεί ο πόλος συντονισμού $Z_R = E_R - i\frac{\Gamma}{2}$ του πίνακα S $\langle b | s(z) b' \rangle$ οι καταστάσεις in $\{\phi^{+}\} \equiv \phi_{-}$ και out $\{\psi^{-}\} \equiv \phi_{+}$ πρέπει επιπρόσθετα να έχουν επιπλέον αναλυτικές ιδιότητες.

Για να πάρουμε Breit-Wigner ενεργειακή κατανομή για τον όρο του πόλου συντονισμού απαιτούμε οι κυματοσυναρτήσεις $\langle {}^{-}E | \psi^{+} \rangle$ και $\langle {}^{+}E | \phi^{+} \rangle$ να είναι καλώς συμπεριφερόμενες Hardy-class συναρτήσεις για το υψηλότερο και το χαμηλότερο μισό επίπεδο στο 2° φύλλο Riemann της επιφάνειας ενέργειας του πίνακα S.

Οι αναλυτικά συνεχόμενες kets του Dirac $| E^{-} \rangle \in \phi_{+}^{\times}$ της Lippmann-Schwinger εξίσωσης γίνονται χρησιμοποιώντας την φόρμουλα Cauchy στον πόλο συντονισμού $Z_R = E_R - i\frac{\Gamma}{2}$ οι Gamow kets $| Z_R^{-} \rangle \in \phi_{+}^{\times}$. Οι ασύμμετρες ημιομάδες εξέλιξης από αυτές τις Gamow kets είναι:

$$e^{-iE_R t} e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left| Z_R^{-} \right\rangle \text{ για } t \geq 0 \text{ μόνο} \quad (6.3)$$

και παράγονται σαν μαθηματική συνέπεια της δομής του εφοδιασμένου χώρου Hilbert $\Phi_{+}^{\times} \supset \mathcal{H} \supset \Phi_{+}$ όπως ακριβώς η συμμετρική

στο χρόνο μοναδιαία (unitary) ομάδα εξέλιξης που δίνεται από το $e^{-iHt}, -\infty < t < \infty$ προκύπτει από την δομή του χώρου Hilbert.

Με αυτόν τον τρόπο η ασυμμετρία της χρονικής εξέλιξης θα προκύψει σαν μια ιδιότητα των καταστάσεων της κβαντικής μηχανικής που αντιπροσωπεύονται από το διάνυσμα $\left|Z_R^-\right\rangle$ και άλλα στοιχεία του χώρου $\Phi_+^\times$.

Εδώ πρέπει να κάνουμε μια αναδρομή στην κβαντική μηχανική για να δούμε πως οι πιθανότητες συνεπικουρούν στην δόμηση του παραπάνω χώρου. Για την πιθανότητα των καταστάσεων ή τους στατικούς τελεστές θα χρησιμοποιείται το ρ ή το P_w ενώ για καταστάσεις τα διανύσματα ϕ. Για τις παρατηρήσεις οι τελεστές $A\left(=A^+\right), \Lambda, P\left(=P^2\right)$ και τα διανύσματα ψ για να περιγραφεί μια κατάσταση P αν $P=\left|\psi\right\rangle\left\langle\psi\right|$.

Τα ϕ,ψ είναι στοιχεία του χώρου Φ με το εσωτερικό γινόμενο $(\cdot,\cdot)$ ή $\langle\cdot|\cdot\rangle$. Οι τελεστές *A, Λ* είναι στοιχεία της άλγεβρας των γραμμικών τελεστών στο Φ. Ο γραμμικός χώρος Φ λέγεται και χώρος Hilbert αν και συμπεριφέρεται σαν Pre-Hilbert χώρος χωρίς τοπολογία. Κατά τον Bohm με τα παρακάτω θα γίνει ξεκάθαρη η διαφορά μεταξύ της κατάστασης in ϕ^+ και αυτής των παρατηρήσεων με καταστάσεις out ψ^-.

Οι μετρηθείσες ποσότητες είναι λόγοι μεγάλων αριθμών και ερμηνεύονται ως πιθανότητες, δηλαδή $P_w\left(\Lambda(t)\right)$ είναι η πιθανότητα να μετρηθεί η παρατήρηση *Λ* στην κατάσταση *w* στον χρόνο *t*. Οι πιθανότητες υπολογίζονται σαν βαθμωτά γινόμενα ή σαν ίχνος. Γράφουμε

$$\frac{N(t)}{N} \approx P_\phi(\rho) \equiv \left|\langle\psi|\phi\rangle\right|^2 \tag{6.4}$$

και

$$\frac{N(t)}{N} \approx P_w\left(\Lambda(t)\right) \equiv Tr\left[\Lambda(t) w_0\right] = Tr\left[\Lambda_0 w(t)\right] \qquad (6.5)$$

όπου t είναι ο συνεχής χρόνος και Λ και w είναι συνεχείς συναρτήσεις του χρόνου. Έτσι η $P_w\left(\Lambda(t)\right)$ θα είναι συνεχής συνάρτηση του t. Το $N(t)$ είναι ακέραιος ως αριθμός των μετρήσεων στο διάστημα (0,t). Παρατηρούμε ότι ενώ το ένα μέλος είναι συνεχής συνάρτηση του t το άλλο είναι διακριτή συνάρτηση ακεραίων αριθμών. Υπάρχει λοιπόν ένα πρόβλημα όπου η συνέχεια των $P_w\left(\Lambda(t)\right)$ και των $\left|\langle\psi(t)|\phi\rangle\right|^2 = \left|\langle\psi|\phi(t)\rangle\right|^2$ σαν συνάρτηση του χρόνου δεν μπορεί να εξεταστεί.

Για περισσότερες παρατηρήσεις οι οποίες εκφράζονται σε όρους ορθογωνίων προβολικών τελεστών $P_i\left(p_i P_j = \delta_{ij} P_j\right)$ σαν $A = \sum_{i=1}^{\infty} a_i P_i$, όπου a_i οι ιδιοτιμές των A, οι πιθανότητες μετρούνται σαν μέσες τιμές $\sum_{i=1}^{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\eta} \alpha_\iota \frac{N_i}{N}$. Το άθροισμα είναι πεπερασμένο αφού ένα πείραμα μπορεί να δώσει πεπερασμένα αποτελέσματα μόνο

$$\sum_{i=1}^{\pi\varepsilon\pi\varepsilon\rho\alpha\sigma\mu\varepsilon\nu o} a_i \frac{N_i}{N} \approx P(A) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i P(p_i) \qquad (6.6)$$

Για να θέσουμε του κανόνες και να υπολογίσουμε το ίχνος και το εσωτερικό γινόμενο στην (6.4) θα πάρουμε το $\phi \in \Phi$ με διακριτές ιδιοτιμές $|i\rangle = |\lambda_\iota\rangle$ και κάποιο παρατηρήσιμο μέγεθος συχνά την Χαμιλτονιανή με ιδιοτιμές λ_ι

$$\phi = \Sigma |i\rangle\langle i|\phi\rangle \qquad (6.7)$$

ή με τον Dirac

$$\phi = \int dl \left|\lambda\langle\lambda|\phi\rangle\right. \qquad (6.8)$$

έτσι

$$Tr(\Lambda w)=\sum_{i}^{\infty}\langle i|\Lambda w|i\rangle \tag{6.9}$$

$$|\langle\psi|\phi\rangle|^2=\left|\sum_{i=1}^{\infty}\langle\psi|i\rangle\langle i|\phi\rangle\right|^2 \tag{6.10}$$

ή

$$|\langle\psi|\phi\rangle|^2=\left|\int d\lambda\langle\psi|\lambda\rangle\langle\lambda|\phi\rangle\right|^2 \tag{6.11}$$

Σε πρακτικούς υπολογισμούς δεν έχει μεγάλη σημασία η επιλογή σειράς ή ολοκληρώματος.

Η εξέλιξη του χρόνου δίνεται από τον τελεστή H και υποθέτουμε ότι είναι αυτοσυζυγής $\overline{H}=H^{+}$ και ημιορισμένος $H\geq 0$ με την εξίσωση του Neumann

$$\frac{\partial w(t)}{\partial t}=\frac{i}{\hbar}\left[H,w(t)\right] \tag{6.12}$$

ή του Schrodiger

$$i\frac{\hbar\partial\phi(t)}{\partial t}=H^{+}\phi(t) \text{ και } \phi(t=0)=\phi_0 \tag{6.13}$$

ή με του Heisenberg

$$\frac{\partial\Lambda(t)}{\partial t}=-\frac{i}{\hbar}\left[H,\Lambda(t)\right], \tag{6.14}$$

$$i\hbar\frac{\partial\psi(t)}{\partial t}=-H\psi(t),\ \psi(t=0)=\psi_0 \tag{6.15}$$

Εάν κάποιος χρησιμοποιήσει επίσης χρονικά συμμετρικές συνοριακές συνθήκες τότε θα έχουμε τις λύσεις

$$w(t)=e^{-iHt}w_0e^{iHt},\ -\infty<t<\infty \tag{6.16}$$

$$\phi(t)=U^{+}(t)\phi_0=e^{-iHt}\phi_0,\ -\infty<t<\infty \tag{6.17}$$

ή

$$\Lambda(t) = e^{iHt}\Lambda_0 e^{-iHt}\ ,\ -\infty < t < \infty \qquad (6.18)$$

με $\Lambda_0 = \Lambda(t=0)$ και $w_0 = w(t=0)$

Εάν κάποιος αρχίσει με τις εξισώσεις (6.12 – 6.15) και απαιτήσει την τοπολογία του χώρου Hilbert, $\phi(t) \in \mathcal{H}$ η παραπάνω μοναδιαία ομάδα εξέλιξης είναι η μόνη πιθανή λύση από τα θεωρήματα Gleason και Stone. Αυτό σημαίνει ότι ασύμμετρες στο χρόνο συνοριακές συνθήκες οι οποίες θα μπορούσαν να εξάψουν μη αντιστρεπτή χρονική εξέλιξη δεν επιτρέπονται μαθηματικά στο χώρο Hilbert. Παραθέτουμε τα θεωρήματα του Gleason και Stone-Von Neumann

<u>Gleason:</u> Για κάθε πιθανότητα $P(\Lambda)$ υπάρχει ένας θετικής κλάσης ιχνών τελεστής ρ ώστε $P(\Lambda) = Tr(\Lambda\rho)$.

<u>Stone-Von Neumann:</u> Οι λύσεις της εξίσωσης Schrodiger-Von Neumann για τον παραπάνω τελεστή ρ είναι συμμετρικές στο χρόνο και δίνονται από την ομάδα $U^+(t) = e^{-iHt}$ των μοναδιαίων τελεστών.

Η υπόθεση ότι $\phi(t) \in \mathcal{H}$ συνήθως οδηγεί στην χρονική εξέλιξη (6.17) $U(t)$ η οποία έχει πάντα την αντίστροφη $U(-t)$. Με αυτή την τιμή στην (6.4) έχουμε την πιθανότητα σε κάθε χρονική στιγμή $t_0 + t$ και $t_0 - t$

Σε αντίθεση με τα παραπάνω αποτελέσματα οι πιθανότητες $P(t)$ δεν μπορούν να παρατηρηθούν σε κάθε αυθαίρετο θετικό ή αρνητικό χρόνο γιατί μια κατάσταση χρειάζεται να προετοιμαστεί πριν ένα παρατηρήσιμο μέγεθος μετρηθεί ή εγγραφεί σ' αυτή.

Αν την $t_0(=0)$ χρονική στιγμή μια κατάσταση έχει προετοιμαστεί, τότε η πειραματική πιθανότητα $P(\Lambda(t))$ είναι

$$P_w^{\exp}\left(\Lambda(t)\right)=\frac{N(t)}{N} \tag{6.19}$$

μόνο για $t>t_0=0$. Εάν κάποιος δείκτης μετρήσει πριν το $t=t_0$ τότε θα απαλειφθεί σαν θόρυβος γιατί η πειραματική πιθανότητα δεν μπορεί να ικανοποιήσει την

$$P_w^{\exp}\left(\Lambda(t)\right)\neq 0 \text{ για } t<t_0=0 \tag{6.20}$$

Βέβαια στον χώρο Hilbert

$$P_w\left(\Lambda(t)\right)=P_{w(t)}\left(\Lambda\right) \tag{6.21}$$

και μπορεί να υπολογιστεί σε κάθε χρόνο με την μοναδιαία ομάδα εξέλιξης όμως πραγματική σημασία μπορεί να αποδοθεί στο $P_w\left(\Lambda(t)\right)$ μόνο για $t>t_0$. Φυσικά υπάρχουν κβαντικές καταστάσεις στη φύση που εξελίσσονται μόνο στον θετικό χρόνο όπως οι καταστάσεις διάσπασης ή και διάχυσης σ' όλες περιοχές της φυσικής, σχετικιστικές ή όχι. Άλλο παράδειγμα αποτελεί το σύμπαν σαν ολότης θεωρούμενο σαν κβαντικό σύστημα.

Οι καταστάσεις διάσπασης και συντονισμού φαίνονται σύνθετες γιατί στο χώρο Hilbert δεν υπάρχει διάνυσμα που μπορεί να τις περιγράψει όπως τις σταθερές καταστάσεις που περιγράφονται από ιδιοδιανύσματα ενέργειας.

Εμπειρικά οιονεί σταθερά σωματίδια δεν διαφέρουν ποιοτικά από σταθερά σωματίδια, διαφέρουν μόνο στο πλάτος Γ. Έτσι μπορούμε να εισάγουμε ένα διάνυσμα $\left|F\right\rangle$, $\left|\psi^G\right\rangle=\left|E_R-i\frac{\Gamma}{2}\right\rangle$ και τελεστή κατάστασης $w^G(t)=\left|F\right\rangle\left\langle F\right|$ για τον οποίο η χρονική εξέλιξη είναι ασύμμετρη και για τον οποίο η θεωρητική πιθανότητα $Tr\left[\Lambda w^G(t)\right]$ μπορεί να υπολογιστεί για $t>t_0=0$ μόνο. Αυτό σημαίνει ότι η μοναδιαία ομάδα εξέλιξης με $-\infty<t<\infty$ θα γίνει ημιομάδα με $0\leq t<\infty$ και είναι ακριβώς σαν να

αναζητούμε λύσεις της εξίσωσης των συμμετρικών δυναμικών εξισώσεων με ασύμμετρες συνοριακές συνθήκες και αφού αυτό δεν είναι δυνατόν στο χώρο Hilbert αναζητούμε μια λύση με ημιομάδα $F(t)$ στο κβαντικό μηχανικό πρόβλημα με Χαμιλτονιανή $H_+^\times$ όπου $F(t)$ είναι ένα στοιχείο ενός μεγαλύτερου χώρου όπου ο $\mathcal{H}$ κείται πυκνά και γράφεται $\Phi_+^\times \supset \mathcal{H}$. Η Χαμιλτονιανή $H_+^\times$ είναι τώρα μια επέκταση της Χαμιλτονιανής H^+ του χώρου Hilbert στο χώρο $\Phi_+^\times$ και η δυναμική εξίσωση είναι

$$i\hbar \frac{\partial F(t)}{\partial t} = H_+^\times F(t) \tag{6.22}$$

με αρχικές συνθήκες

$$F(t=0) = F_0^- \in \Phi_+^\times \tag{6.23}$$

και η λύση θα δίνεται από την ημιομάδα

$$F(t) = U_+^\times(t) F_0^- = e_+^{-iH^\times t} F_0^- \text{ για } t \geq 0 \tag{6.24}$$

ή με τους κβαντικούς τελεστές κατάστασης

$$w^G(t) \equiv \left|F(t)\right\rangle\left\langle F(t)\right| = e^{-iH^\times} w^G(t_0),\ t \geq 0 \tag{6.25}$$

και οι κβαντομηχανικές της πιθανότητες θα είναι

$$P_{w^G(t)}(\Lambda_0) = Tr\left[\Lambda(t_0) w^G(t)\right] = Tr\left[\Lambda(t) w^G(t_0)\right] \text{ με } t \geq t_0 = 0 \tag{6.26}$$

και θα ικανοποιούν τις ίδιες συνθήκες όπως οι πειραματικές πιθανότητες της (6.19) και (6.20).

Έτσι η χρονική εξέλιξη

$$w^G(t) = e^{-iH^\times t} w_0^G e^{iHt} \tag{6.27}$$

ή

$$\Lambda(t) = e^{iHt}\Lambda_0 e^{-iH^{\times}t} \tag{6.28}$$

είναι η ημιομάδα εξέλιξης μόνο για $t \geq 0$.

Οι κβαντομηχανικές πιθανότητες θα αντιπροσωπεύονται από τον τελεστή προβολής $P_{a_1}^1(t_1)$ για τα παρατηρήσιμα έτσι:

$$P(a_1,t_1) \equiv P_\rho\left(P_{a_1}^1(t_1)\right) = Tr\left[P_{a_1}^1(t_1)\rho\right] = Tr\left[P_{a_1}^1(t_1)\rho P_{a_1}^1(t_1)\right] \tag{6.29}$$

για $t \geq t_0 = 0$

Οι κβαντομηχανικές πιθανότητες των τελεστών προβολής μπορούν να γενικευθούν για τις πιθανότητες των ιστορικών.

6.2 Προβολικός τελεστής και ιστορικό

<u>Ιστορικό</u> είναι ένα διατεταγμένο στο χρόνο γινόμενο διαφορετικών τελεστών προβολής (καθορίζονται με a_i) για διαφορετικά παρατηρήσιμα (καθορίζονται με i), έτσι:

$$C_a = P_{a_1}^1(t_1).....P_{a_i}^i(t_i).....P_{a_n}^n(t_n), t_n > t_{n-1} > ..... > t_2 > t_1 \tag{6.30}$$

με

$$P_{a_i}^i(t_i) = e^{iH(t_i - t_{i-1})}P_{a_i}^i(t_{i-1})e^{-iH(t_i - t_{i-1})} \text{ με } t_i - t_{i-1} > 0 \tag{6.31}$$

Έστω τώρα $P_{a_i}^i$ ο τελεστής προβολής στο *i* παρατηρήσιμο

$$A^i = \sum_a a_a^i P_a^i \text{ , } i = 1,2,3... \tag{6.32}$$

τότε αρχίζοντας με τον $\rho = \rho(t_0)$ της (6.29) κάποιος μπορεί να ορίσει μια ακολουθία από ενεργούς τελεστές πυκνότητας $\rho^{eff}(t_1).....\rho^{eff}(t_{n-1})$ και να παράγει μια ακολουθία πιθανοτήτων

$$P(a_2t_2 : a_1t_1), P(a_3t_3 : a_2t_2 : a_1t_1)... P(a_nt_n : ... : a_1t_1) \tag{6.33}$$

Οι τελεστές πυκνότητας και οι πιθανότητες θα είναι:

$$\rho^{eff}\left(t_1\right)=\frac{P_{a_1}^1\left(t_1\right)\rho\left(t_0\right)P_{a_1}^1\left(t_1\right)}{Tr\left[P_{a_1}^1\left(t_1\right)\rho\left(t_0\right)P_{a_1}^1\left(t_1\right)\right]}=N_1P_{a_1}^1\left(t_1\right)\rho\left(t_0\right)P_{a_1}^1\left(t_1\right) \text{ με } t_1>t_0 \quad (6.34)$$

Η δεύτερη ισότητα ορίζει την κανονικοποίηση του διανύσματος N_i και

$$P\left(a_2t_2:a_1t_1\right)=N_1Tr\left[P_{a_2}^2\left(t_2\right)\rho^{eff}\left(t_1\right)P_{a_2}^2\left(t_2\right)\right] \quad (6.35)$$

μόνο για $t_2>t_1$ συνεχίζοντας για n = 3,4,5,6...

$$\rho^{eff}\left(t_{n-1}\right)=\frac{P_{a_{n-1}}^{n-1}\left(t_{n-1}\right)\rho^{eff}\left(t_{n-2}\right)P_{a_{n-1}}^{n-1}\left(t_{n-1}\right)}{Tr\left[P_{a_{n-1}}^{n-1}\left(t_{n-1}\right)\rho^{eff}\left(t_{n-2}\right)P_{a_{n-1}}^{n-1}\left(t_{n-1}\right)\right]}=$$

$$N_{n-1}P_{a_{n-1}}^{n-1}\left(t_{n-1}\right)\rho^{eff}\left(t_{n-2}\right)P_{a_{n-1}}^{n-1}\left(t_{n-1}\right)=$$

$$\frac{P_{a_{n-1}}^{n-1}\left(t_{n-1}\right)...P_{a_1}^1\left(t_1\right)\rho\left(t_0\right)P_{a_1}^1\left(t_1\right)...P_{a_{n-1}}^{n-1}\left(t_{n-1}\right)}{Tr\left[P_{a_{n-1}}^{n-1}\left(t_{n-1}\right)...P_{a_1}^1\left(t_1\right)\rho\left(t_0\right)...P_{a_1}^1\left(t_1\right)...P_{a_{n-1}}^{n-1}\left(t_{n-1}\right)\right]} \quad (6.36)$$

με $t_{n-1}>t_{n-2}>.....>t_1>t_0$ και

$$P\left(a_nt_n:...:a_1t_1\right)=\frac{Tr\left[P_{a_n}^n\left(t_n\right)\rho^{eff}\left(t_{n-1}\right)\right]}{Tr\left[P_{a_{n-1}}^{n-1}\left(t_{n-1}\right)\rho^{eff}\left(t_{n-2}\right)P_{a_{n-1}}^{n-1}\left(t_{n-1}\right)\right]} \text{ με } t_n>t_{n-1} \quad (6.37)$$

ή

$$P\left(a_n,t_n:...:a_1,t_1\right)=N_{n-1}Tr\left[P_{a_n}^n\left(t_n\right)...P_{a_1}^1\left(t_1\right)\rho\left(t_0\right)\times P_{a_1}^1\left(t_1\right)...P_{a_n}^n\left(t_n\right)\right] \quad (6.38)$$

για $t_n>...>t_0$ μόνο.

Η διατεταγμένη σειρά των χρονικών στιγμών ή το βέλος του χρόνου είναι το ίδιο με το βέλος του χρόνου των ημιομάδων της (6.28)

και της (6.3x) ή το ίδιο με την ημιομάδα εξέλιξης στην άποψη του Heisenberg για το παρατηρήσιμο *Λ* στην κβαντική θεωρία των μετρούμενων συστημάτων.

Από τον τρόπο που εμφανίστηκε η διάταξη των χρονικών στιγμών στις πιθανότητες για τα εργαστηριακά πειράματα και στις πιθανότητες των ιστορικών είναι φανερό ότι πρόκειται για το ίδιο βέλος του χρόνου.

Εάν υποθέσουμε ότι και όλο το σύμπαν είναι ένα κλειστό κβαντικό σύστημα η ημιομάδα του βέλους για τους συντονισμούς περικλείεται στο κοσμολογικό βέλος του χρόνου ή το αντίστροφο. Αυτό το βέλος δεν πρέπει να αποδοθεί στο θερμοδυναμικό βέλος του χρόνου ενός μεγαλύτερου σύμπαντος π.χ. αλλά είναι μια θεμελιώδης κβαντομηχανική διάκριση ανάμεσα στο παρελθόν και το μέλλον.

6.3 Μαθηματικά απαραίτητα για την εισαγωγή των ημιομάδων και την ασύμμετρη θεωρία του χρόνου.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, για να υλοποιηθούν τα παραπάνω πρέπει να αφήσουμε τον χώρο Hilbert ώστε να έχουμε σαν λύση του κβαντομηχανικού προβλήματος του Cauchy τις ημιομάδες. Θα πρέπει να επιλέξουμε μια τοπική τοπολογία.

Ο Φ_{alg} είναι ένας γραμμικός χώρος με βαθμωτό γινόμενο. Η απλούστερη μεθόδευση που επιτρέπει στην Χαμιλτονιανή να παράγει ημιομάδες είναι να διαλέξουμε αντί για την τοπολογία του χώρου Hilbert μια τοπικά κυρτή τοπολογία. Αν επιλέξουμε τον φορμαλισμό του Dirac ο εφοδιασμένος χώρος Hilbert (R.H.S.) ή τριπλός Gel'fand είναι ο $\Phi \subset \mathcal{H} \subset \Phi^{\times}$ και είναι αποτέλεσμα τριών διαφορετικών τοπολογιών συμπληρώσεων από τον κυρτό Pre-Hilbert χώρο Φ_{alg}.

Συμπλήρωση σημαίνει να προσαρτήσουμε στο Φ_{alg} τη σύγκλιση (Cauchy) ακολουθιών με σεβασμό στην τοπολογία. Η συμπλήρωση του Φ_{alg} με σεβασμό στη νόρμα

$$\|\phi\| = \sqrt{(\phi,\phi)}, \phi \in \Phi_{alg} \tag{6.39}$$

είναι ο χώρος Hilbert $\mathcal{H}$. Η τοπολογία ή η έννοια της σύγκλισης ορίζεται από τις νόρμες που ορίζονται T_H.

Η συμπλήρωση του Φ_{alg} με απαίτηση τοπικά κυρτής τοπολογίας, που σημειώνεται με T_Φ (συχνά δίνεται με μετρήσιμο αριθμό από νόρμες) ορίζεται με Φ. Έτσι έχουμε $\Phi_{alg} \subset \Phi \subset \mathcal{H}$ (γιατί Φ και $\mathcal{H}$ περιέχουν όλα τα στοιχεία του Φ_{alg} και επιπλέον τα οριακά στοιχεία των ακολουθιών Cauchy στο Φ_{alg}) και $\Phi \subset \mathcal{H}$ ισχύει γιατί η T_Φ διαλέχτηκε

για να είναι ισχυρότερη από T_H και υπάρχουν συνεπώς περισσότερες T_H Cauchy ακολουθίες από T_Φ Cauchy ακολουθίες.

Επίσης θεωρείται ο χώρος των T_H-συνεχών και T_Φ-συνεχών συναρτησιακών. $\mathcal{H}^\times$ είναι ο χώρος των T_H-συνεχών μη γραμμικών συναρτησιακών ψ στο χώρο $\mathcal{H}$

$$\psi : \phi \in \mathcal{H} \to \psi(\phi) \in C \tag{6.40}$$

και

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^\times, \psi(\phi) = (\phi, \psi) \tag{6.41}$$

από θεώρημα. $\Phi^\times$ είναι ο χώρος των T_Φ-συνεχών μη γραμμικών συναρτησιακών F στον χώρο Φ:

$$F : \phi \in \Phi \to F(\phi) \equiv \langle \phi | F \rangle \in C \tag{6.42}$$

Έτσι $\mathcal{H}^\times \subset \Phi^\times$ και η bra-ket $\langle \ | \ \rangle$ γίνεται μια επέκταση του βαθμωτού γινομένου. Έτσι παράγεται η Gel'fand τριπλέτα.

Τα kets του Dirac είναι στοιχεία του $\Phi^\times$ αλλά υπάρχουν και άλλα $|F\rangle \in \Phi^\times$ επιπλέον. Η άλγεβρα του Dirac των παρατηρήσιμων είναι μια άλγεβρα των συνεχών τελεστών στο Φ (παρατηρήσιμα δεν μπορεί να είναι συνεχείς τελεστές στον H). Για ένα T_Φ-συνεχή γραμμικό τελεστή A ο συνδεδεμένος τελεστής $A^\times$ ορίζεται ως

$$\langle A\phi | F \rangle = \langle \phi | A^\times | F \rangle, \forall \phi \in \Phi \ \textit{και} \ \forall F \in \Phi^\times \tag{6.43}$$

Ο $A^\times$ είναι ένας συνεχής τελεστής στο $\Phi^\times$. Τότε για κάθε παρατηρήσιμο A κάποιος έχει την τριπλέτα των τελεστών $A_+|_\Phi \subset A^+ \subset A^\times$ όπου A^+ είναι ο συζυγής του A στο χώρο Hilbert και $A^+|_\Phi$ είναι η αντικατάστασή του στο υποχώρο Φ.

Γενικευμένα ιδιοδιανύσματα ορίζονται για συνεχείς τελεστές. Ένα διάνυσμα $|F\rangle \in \Phi^{\times}$ είναι ένα γενικευμένο ιδιοδιάνυσμα του T_{Φ}-συνεχούς τελεστή A εάν για κάποιο μιγαδικό αριθμό ω και για όλα τα $\phi \in \Phi$ είναι:

$$\langle A\phi | F\rangle = \langle \phi | A^{\times} | F\rangle = \omega \langle \phi | F\rangle \tag{6.44}$$

αυτό γράφεται και ως

$$A^{\times} | F\rangle = \omega | F\rangle \tag{6.45}$$

Εάν A είναι (ιδιοσυζυγής τελεστής) η χαμιλτονιανή H ενός κβαντικού συστήματος τότε ο $\Phi^{\times}$ περιέχει τις kets του Dirac και

$$H^{\times} | E^{-}\rangle = E | E^{-}\rangle, E \geq 0 \tag{6.46}$$

Ο $\Phi^{\times}$ μπορεί επίσης να περιέχει γενικευμένα ιδιοδιανύσματα με μιγαδικές ιδιοτιμές

$$H^{\times} \left| E_R - i\frac{\Gamma}{2^{-}} \right\rangle = \left(E_R - i\frac{\Gamma}{2} \right) \left| E_R - i\frac{\Gamma}{2^{-}} \right\rangle \tag{6.47}$$

που ονομάζονται Gamow διανύσματα ή Kets του Gamow.

Δεν υπάρχει μόνο ένας χώρος Φ αλλά πολλές τοπολογίες T_{Φ} (τοπικά κυρτές, πυρηνικές, πεπερασμένες μετρικές) οι οποίες οδηγούν σε διαφορετικές συμπληρώσεις Φ του Φ_{alg} (με το ίδιο H). Η εκλογή του Φ μπορεί να εξαρτάται από το φυσικό πρόβλημα. Το Φ μπορεί να επιλεγεί έτσι ώστε η άλγεβρα των παρατηρήσιμων ενός σωματιδιακού συστήματος να είναι μια άλγεβρα των T_{Φ}-συνεχών τελεστών.

Θα πρέπει επίσης μαθηματικά να ξεχωρίζουν οι καταστάσεις και τα παρατηρήσιμα. Έτσι ορίζεται Φ_{-} ένας χώρος για καταστάσεις και Φ_{+} για τις παρατηρήσεις. Γενικά $\Phi_{+} \neq \Phi_{-}$ αλλά $\Phi_{+} \cap \Phi_{-} \neq \{0\}$.

Η κατάσταση προπαρασκευασμένη από τη συσκευή παρασκευής συμβολίζεται με ϕ^{+} έτσι $\phi^{+} \in \Phi_{-}$ ενώ η παρατήρηση που καταγράφεται συμβολίζεται με $U^{+}(t) \subset U_{+}^{\times}(t)$ έτσι $\psi^{-} \in \Phi_{+}$ τότε χρειάζονται 2

εφοδιασμένοι χώροι Hilbert, ένας για τις ϕ^+(in) με $\phi^+ \in \Phi_- \subset \mathcal{H} \subset \Phi_-^\times$ και ένας για τις παρατηρήσεις $|\psi^-\rangle\langle\psi^-|$ ή τις ανιχνευμένες (out) καταστάσεις ψ^- με $\psi^- \in \Phi_+ \subset \mathcal{H} \subset \Phi_+^\times$.

Μαθηματικά κάποιος μπορεί να ορίσει τους χώρους των διανυσμάτων ϕ από τους χώρους των ενεργειακών κυματοσυναρτήσεων $\langle E|\phi\rangle$

$$\phi^+ \in \Phi_- \Leftrightarrow \left\langle {}^+E \middle| \phi^+ \right\rangle \in S \bigcap H_-^2 \Big|_{R^+} \tag{6.48}$$

(καλώς συμπεριφερόμενες Hardy συναρτήσεις στο C^-)

$$\psi^- \in \Phi_+ \Leftrightarrow \left\langle {}^-E \middle| \psi^- \right\rangle \in S \bigcap H_+^2 \Big|_{R^-} \tag{6.49}$$

(καλώς συμπεριφερόμενες Hardy συναρτήσεις στο C^+)

Όπου $C^+\left(C^-\right)$ δηλώνει το ανοικτό ανώτερο (κατώτερο) μισό του μιγαδικού ενεργειακού επιπέδου του 2ου φύλλου Reimann για τον αναλυτικό συνεχή πίνακα S και $H_\pm^2$ δηλώνει τις τάξεως Hardy συναρτήσεις ενώ S τις χώρου Schwartz συναρτήσεις.

Υπάρχει σαφής διαφορά ανάμεσα στα διανύσματα $\{\phi^+\}$ για τις in καταστάσεις και τα $\{\psi^-\}$ για τις out παρατηρήσεις και έτσι διαφέρει ο R.H.S. από τη θεωρία σκέδασης όπου $\{\phi^+\} = \{\psi^-\} = \phi \subset \mathcal{H}$. Το ίδιο και Φ_- και Φ_+ είναι διαφορετικοί πυκνοί υπόχωροι του ίδιου χώρου Hilbert (οι οποίοι είναι και οι δύο συμπληρωμένοι με απαίτηση για μια ισχυρότερη τοπολογία από T_H).

Για να επιτύχουμε τις ημιομάδες λοιπόν ξεκινάμε με τη μοναδιαία ομάδα εξέλιξης του χρόνου στο χώρο Hilbert

$$U(t)=e^{iHt}, U^{+}(t)=e^{-iHt} \tag{6.50}$$

και γυρνάμε στον R.H.S. και θεωρούμε

$$U_{+}(t)\equiv U(t)\big|_{\Phi_{+}}\subset U(t) \tag{6.51}$$

και

$$U^{+}(t)\subset U_{+}^{\times}(t) \tag{6.52}$$

Ο περιορισμός του $U(t)$ στο Φ_{+} ο $U_{+}(t)$ είναι ένας T_{Φ}-συνεχής τελεστής μόνο για $0\le t<\infty$ ωστόσο ο συνδεδεμένος τελεστής $U_{+}^{\times}(t)$ ο οποίος είναι μια επέκταση του συζυγή $U^{+}(t)$ είναι ορισμένος και συνεχής για $0\le t<\infty$ μόνο. Άρα στο $\Phi_{+}^{\times}$ έχουμε μόνο την ημιομάδα

$$U_{+}^{\times}(t)=\left(e^{iHt}\middle|\phi_{+}\right)^{\times}\equiv e_{+}^{-iH^{\times}t}, 0\le t<\infty . \tag{6.53}$$

Ανάλογες θεωρήσεις έχουμε και εάν θεωρήσουμε

$$U_{-}(t)=U(t)\big|_{\Phi_{-}}\subset U(t) \tag{6.54}$$

και τον συνδεδεμένο

$$U^{+}(t)\subset U_{-}^{\times}(t) \tag{6.55}$$

και $U_{-}(t)$ είναι T_{Φ}-συνεχής τελεστής μόνο για $-\infty<t\le 0$ και στον $\Phi_{-}^{\times}$ κάποιος έχει την ημιομάδα:

$$U_{-}^{\times}(t)=\left(e^{iHt}\middle|\phi_{-}\right)^{\times}\equiv e_{-}^{-iH^{\times}t}, -\infty<t\le 0 \tag{6.56}$$

Έτσι έχουμε μια ημιομάδα για $t\le t_0=0$ στον R.H.S. για τις προπαρασκευασμένες καταστάσεις και την άλλη ημιομάδα για $t\ge t_0=0$ για τις καταγεγραμμένες παρατηρήσεις.

Στην θεωρία του R.H.S. τα kets του Dirac και τα διανύσματα του Gamow μαθηματικά είναι όμοια αρκετά. Και τα δυο είναι γενικευμένα

ιδιοδιανύσματα των αυτοσυζυγών Χαμιλτονιανών διαφέρουν όμως στις ιδιοτιμές τους όπου του Dirac είναι πραγματικές που αντιστοιχούν στις ενέργειες διάχυσης ενώ των διανυσμάτων του Gamow μιγαδικές που αντιστοιχούν στους πόλους συντονισμού το S-matrix.

Τελικά η χρονική εξέλιξη με τις ημιομάδες εισάγει ένα καινούργιο θέμα, αυτό του χρόνου t = 0 όπου η προετοιμασία της κατάστασης έχει συμπληρωθεί και η διαδικασία της μέτρησης (παρατήρησης) μπορεί να αρχίσει. Αυτό είναι δύσκολα αποδεκτό με την παλιά συμμετρική Κβαντομηχανική. Δεν παρατηρούμε όμως ανάλογη δυσκολία όταν αναφερόμαστε στο σύμπαν αφού όλοι είναι έτοιμοι να δεχτούν μια αρχή του χρόνου t = 0 την στιγμή της Μεγάλης Έκρηξης (Big – Bang).

6.4 Μη αντιστρεψιμότητα στα ανοικτά κβαντικά συστήματα

Τα "ανοικτά" κβαντικά συστήματα (μη απομονωμένα) δεν περιγράφονται από τις ημιομάδες που είναι κατάλληλες για τα κλειστά κβαντικά συστήματα αλλά από την Liouvillian και όχι την Χαμιλτονιανή

$$\frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = L\rho(t) \tag{6.57}$$

όπου $\rho(t)$ αντιπροσωπεύει την κατάσταση του ανοικτού συστήματος S με τελεστή L που δίνεται

$$L\rho(t) = -\frac{i}{\hbar}\left[H, \rho(t)\right] + I\rho(t) \tag{6.58}$$

όπου H είναι η Χαμιλτονιανή του συστήματος και I είναι η δράση του εξωτερικού δυναμικού του συστήματος με

$$I = \sum_{a=1,2} \left\{ \left[V_a \rho(t), V_a^+\right] + \left[V_a, \rho(t) V_a^+\right] \right\} \tag{6.59}$$

με $I\rho = 0$ η (6.57) γίνεται ίδια με την (6.58) η οποία είναι φυσικά η Von Neumann.

Ο όρος $I\rho$ είναι οι συνήθεις εξωτερικές επιδράσεις πάνω στο σύστημα και η μη αντιστρεπτότητα του χρόνου μπορεί να περιγραφεί από μια ολοκληρωτικά θετική ημιομάδα από την L:

$$\rho(t) = \Lambda(t)\rho(t), \Lambda(t) = e^{Lt} \text{ για } t \geq 0 \qquad (6.60)$$

Αυτή η ημιομάδα μπορεί να αναμίξει μια καθαρή κατάσταση $|\phi\rangle\langle\phi|$ σε μείγμα καταστάσεων που οι ημιομάδες των κλειστών συστημάτων δεν μπορούν. Μια επιπλέον περίπτωση μη αντιστρεψιμότητας της χρονικής εξέλιξης παρατηρείται εάν κάποιος θεωρήσει σαν δεξαμενή R την συσκευή μέτρησης.

Είναι γνωστό ότι η μέτρηση σκέδασης όπως και κάθε πείραμα διάχυσης παράγει βέλος του χρόνου επειδή η παρασκευή της $\rho(t_0)$ πάντα παράγει εγγραφή της $P_{a_i}(t_1)$. Η αλλαγή της κατάστασης κατά τη διάρκεια της μέτρησης εάν οδηγεί από λιγότερο αναμειγμένες καταστάσεις $\rho(t_0)$ σε περισσότερο θα πρέπει να δίνεται από μια εξίσωση του τύπου:

$$\rho(t_0) \to \rho(t_1) = \sum_i P_{a_i}(t_1)\rho(t_0)P_{a_i}(t_1) \text{ με } t_1 > t_0 \text{ μόνο} \qquad (6.61)$$

Σαν συνέπεια της Von Neumann αύξησης της εντροπίας στην ίδια κατεύθυνση του χρόνου έχουμε:

$$-Tr\left[\rho^{after}(t_1)\ln\rho^{after}(t_1)\right] \geq -Tr\rho\ln\rho, \text{ με } t_1 > t_0 \text{ μόνο} \qquad (6.62)$$

Ένα ρεαλιστικό κβαντικό σύστημα πιθανόν δεν περιγράφεται επακριβώς από την (6.62) αλλά πιθανόν να είναι σωστό ότι η $\rho^{after}\left(t_1\right)$ να είναι μεγαλύτερης αταξίας από την κατάσταση $\rho\left(t_0\right)$ πριν την μέτρηση.

Η εξίσωση Schrödinger για εξαναγκασμένο αρμονικό ταλαντωτή χωρίς τριβή είναι της μορφής :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\left[c_1 x^2+c_2 f\left(t\right)x\right]u+c_3\frac{\partial u}{\partial x}=0 \tag{6.63}$$

και δέχεται λύσεις της μορφής:

$$u\left(x,t\right)=e^{\left[-a(t)x^2+b(t)x+c(t)\right]} \tag{6.64}$$

με σταθερά κανονικοποίησης:

$$N_1=\left(\frac{2\,\mathrm{Re}\left[a\left(t\right)\right]}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}}e^{\left[-\frac{\left(\mathrm{Re}\left[b(t)\right]\right)^2}{4\,\mathrm{Re}\left[a(t)\right]}+\mathrm{Re}\left[c(t)\right]\right]} \tag{6.65}$$

Αν θεωρήσουμε εξωτερικό δυναμικό

$$U\left(x,t\right)=-\lambda x\cos\mu t \tag{6.66}$$

με λ,μ θετικές πραγματικές σταθερές η εξίσωση Schrondinger γίνεται:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{m\omega^2x^2}{2}\psi-\lambda x\cos\left(\mu t\right)\psi=i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \tag{6.67}$$

Τότε στην παραπάνω λύση τα $a\left(t\right),b\left(t\right)c\left(t\right)$ είναι:

$$a\left(t\right)=\frac{m\omega}{2\hbar} \tag{6.68}$$

$$b(t)=\frac{\lambda\left(\omega\cos\mu t-i\mu\sin\mu t\right)}{\left(\mu^2-\omega^2\right)\hbar} \tag{6.69}$$

$$c(t)=\frac{\lambda^2\left[2\mu\omega\cos\mu t-i\left(\mu^2+\omega^2\right)\sin 2\mu t\right]+2i\mu t\left(\mu^2-\omega^2\right)\left[\lambda^2+2\mu\omega\hbar\right]}{8\mu\omega\hbar\left(\mu^2-\omega^2\right)^2} \tag{6.70}$$

Έτσι η λύση είναι με σταθερά κανονικοποίησης:

$$\psi(x,t)=\left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}}e^{-\frac{\lambda^2\omega\cos^2\mu t}{2m\hbar\left(\mu^2-\omega^2\right)}}e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}e^{\left[-\frac{\lambda\left(\omega\cos\mu t-i\mu\sin\mu t\right)}{\hbar\left(\mu^2-\omega^2\right)}x-i\,\mathrm{Im}\left[c(t)\right]\right]} \tag{6.71}$$

Έτσι οι αναμενόμενες τιμές θέσεως και ορμής με τις διακυμάνσεις τους είναι:

$$\langle x\rangle=\langle\psi*|x|\psi\rangle=\frac{\lambda\cos\mu t}{m\left(\omega^2-\mu^2\right)} \tag{6.72}$$

$$\sigma_x^2=\left\langle x^2\right\rangle-\langle x\rangle^2=\frac{\hbar}{2m\omega} \tag{6.73}$$

$$\left\langle\hat{p}\right\rangle=\langle\psi*|\hat{p}|\psi\rangle=\frac{\lambda\mu\sin t}{\omega^2-\mu^2} \tag{6.74}$$

$$\sigma_{\hat{p}}^2=\left\langle\hat{p}^2\right\rangle-\left\langle\hat{p}\right\rangle^2=\frac{m\omega\hbar}{2} \tag{6.75}$$

Παρατηρούμε ότι για $t=-|t|$ η αναμενόμενη τιμή της θέσης και η σ_x^2 είναι αμετάβλητες ενώ η ορμή παίρνει αντίθετες τιμές αφού μπορεί να θεωρηθεί ότι στην αντιστροφή του χρόνου θα έχουμε αντίθετη ταχύτητα, η $\sigma_{\hat{p}}^2$ είναι ανεξάρτητη του χρόνου. Έτσι λοιπόν έχουμε αντιστρεπτές στο χρόνο εξισώσεις.

Έστω όμως ότι θεωρούμε σταθερή τριβή. Τότε έχουμε την εξίσωση Caldirola:

$$e^{-\gamma t}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}-\left[d_1 e^{\gamma t}x^2+d_2 g(t)x\right]\phi+d_3\frac{\partial\phi}{\partial t}=0 \qquad (6.76)$$

με λύση:

$$\phi(x,t)=e^{-\left[e^{\gamma t}a(t)x^2+b(t)x+c(t)\right]} \qquad (6.77)$$

Για εξωτερικό δυναμικό, όπως προηγουμένως

$$U(x,t)=-\lambda x\cos\mu t \qquad (6.78)$$

έχουμε:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}e^{-\gamma t}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{me^{\gamma t}\omega^2x^2}{2}\psi-\lambda x\cos(\mu t)\psi=\imath\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \qquad (6.79)$$

έτσι έχουμε για $a(t),b(t),c(t)$

$$a(t)=\frac{2m\Omega+im\gamma}{4\hbar} \qquad (6.80)$$

$$b(t)=\frac{2\lambda\left[(i\gamma+2\Omega)\cos\mu t-2i\sin\mu t\right]}{\hbar\left[(\gamma-2i\Omega)^2+4\mu^2\right]} \qquad (6.81)$$

$$c(t)=\frac{\lambda^2e^{-\gamma t}\left(A_1\cos 2\mu t+2\mu A_2\sin 2\mu t\right)}{m\hbar\gamma\left(\gamma^2+4\mu^2\right)A_3^2}+\frac{i\lambda^2A_4}{m\hbar\gamma\left(\gamma^2+4\mu^2\right)\mathrm{A}_3^2}-\frac{(2i\Omega-\gamma)t}{4}$$

(6.82)

όπου $\Omega=\sqrt{\omega^2-\frac{\gamma^2}{4}}$, $\omega>\frac{\gamma}{2}$

Υπολογίζοντας τις σταθερές A_1,A_2,A_3,A_4 και τις β_1,β_2,β_3 για την $b(t)$ έχουμε σαν λύση της εξίσωσης Cadirola την:

$$\psi = e^{-\left[\frac{e^{\gamma t}\mu\Omega}{2\hbar}x^2 - \mathrm{Re}\left[b(t)\right]x\right]} e^{-c(t)} e^{\left[-\frac{im\gamma}{4\hbar}x^2 - i\,\mathrm{Im}\left[b(t)\right]\right]} \tag{6.83}$$

όπου

$$\mathrm{Re}\left[b(t)\right] = -\frac{4\lambda\Omega\left[\left(\gamma^2 - 4\mu^2 + 4\Omega^2\right)\cos\mu t - 4\gamma\mu\sin\mu t\right]}{\hbar\left[\gamma^4 + 16\left(\mu^2 - \Omega^2\right)^2 + 8\gamma^2\left(\mu^2 + \Omega^2\right)\right]} \tag{6.84}$$

με σταθερά κανονικοποίησης την

$$N = \left(\frac{e^{\gamma t} m\Omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{\left[-\frac{e^{-\gamma t}\hbar\left(\mathrm{Re}\left[b(t)\right]\right)^2}{2m\Omega}\right]} e^{\mathrm{Re}\left[c(t)\right]} \tag{6.85}$$

Έτσι έχουμε αναμενόμενες θέσεις και ορμές:

$$\langle x \rangle = \frac{4e^{-\gamma t}\lambda\left[\left(\gamma^2 - 4\mu^2 + 4\Omega^2\right)\cos\mu t - 8\gamma\mu\sin\mu t\right]}{m\left[\gamma^4 + 16\left(\mu^2 - \Omega^2\right)^2 + 8\gamma^2\left(\mu^2 + \Omega^2\right)\right]} \tag{6.86}$$

$$\sigma_x^2 = \frac{e^{-\gamma t}\hbar}{2m\Omega} \tag{6.87}$$

$$\langle \hat{p} \rangle = \frac{4\lambda\left[\gamma\left(\gamma^2 + 4\Omega^2\right)\cos\mu t + \mu\left(-3\gamma^2 - 4\mu^2 + 4\Omega^2\right)\sin\mu t\right]}{\gamma^4 + 16\left(\mu^2 - \Omega^2\right)^2 + 8\gamma^2\left(\mu^2 + \Omega^2\right)} \tag{6.89}$$

$$\sigma_{\hat{p}}^2 = \frac{e^{\gamma t} m\hbar\left(\gamma^2 + 4\Omega^2\right)}{8\Omega} \tag{6.90}$$

Εάν έχουμε αντιστροφή χρόνου για $t = -|t|$ η αναμενόμενη τιμή της θέσης θα γίνει:

$$\langle x\rangle = \frac{4e^{\gamma|t|}\lambda\left[\left(\gamma^2-4\mu^2+4\Omega^2\right)\cos\mu|t|-8\gamma\mu\sin\mu|t|\right]}{m\left[\gamma^4+16\left(\mu^2-\Omega^2\right)^2+8\gamma^2\left(\mu^2+\Omega^2\right)\right]} \tag{6.91}$$

Ο εκθετικός παράγοντας αυξάνει με το χρόνο και είναι σαφώς διαφορετική λύση από όταν $t>0$, η δε διακύμανση αυξάνει εκθετικά με το χρόνο:

$$\sigma_x^2 = \frac{e^{\gamma|t|}\hbar}{2m\Omega} \tag{6.92}$$

ενώ η ορμή γίνεται:

$$\langle \hat{p}\rangle = \frac{4\lambda\left[\gamma\left(\gamma^2+4\Omega^2\right)\cos\mu|t|+\mu\left(-3\gamma^2-4\mu^2+4\Omega^2\right)\sin\mu|t|\right]}{\gamma^4+16\left(\mu^2-\Omega^2\right)^2+8\gamma^2\left(\mu^2+\Omega^2\right)} \tag{6.93}$$

και η διακύμανση της ορμής δίνεται από το:

$$\sigma_{\hat{p}}^2 = \frac{e^{\gamma|t|}m\hbar\left(\gamma^2+4\Omega^2\right)}{8\Omega} \tag{6.94}$$

Είναι λοιπόν μη αντιστρεπτές στο χρόνο.

Όσον αφορά τις κανονικοποιημένες πυκνότητες πιθανότητας έχουμε καταρχήν στην εξίσωση Schrodinger:

$$\rho_{sf}(x,t) = \sqrt{\frac{m\omega}{\pi\hbar}}e^{\left[\varepsilon_1\cos^2\mu t\right]}e^{\left[-\frac{m\omega}{\hbar}x^2-\varepsilon_2\cos\mu t\right]} \tag{6.95}$$

η οποία είναι φανερό ότι είναι συμμετρική στο χρόνο αφού το cosμt είναι άρτιο.

Αντιθέτως από την εξίσωση Caldirola παίρνουμε:

$$\rho_{cf}\left(x,t\right)=\sqrt{\frac{e^{\gamma t}m\omega}{\pi\hbar}}e^{\left[-e^{-\gamma t}\left(\varepsilon_6\cos\mu t-\varepsilon_7\sin\mu t\right)^2\right]}e^{\left[-\frac{e^{\gamma t}m\Omega}{\hbar}x^2+\left(\varepsilon_8\cos\mu t-\varepsilon_9\sin\mu t\right)x\right]}$$

(6.96)

που είναι φανερά αντισυμμετρική στο χρόνο. Μάλιστα για t<0 και $t\to-\infty$

$$\rho_{cf}\left(x,t\right)\to 0 \tag{6.97}$$

αφού

$$\sqrt{\frac{e^{\gamma t}m\omega}{\pi\hbar}}\to 0 \tag{6.99}$$

και $e^{g(x)}$ πεπερασμένο.

Γίνεται δε για $t=-\left|t\right|$:

$$\rho_{cf}\left(x,-|t|\right)=\sqrt{\frac{e^{-\gamma|t|}m\omega}{\pi\hbar}}e^{\left[-e^{\gamma|t|}\left(\varepsilon_6\cos\mu|t|+\varepsilon_7\sin\mu|t|\right)^2\right]}\cdot e^{\left[-\frac{e^{-\gamma|t|}m\Omega}{\hbar}x^2+\left(\varepsilon_8\cos\mu|t|+\varepsilon_9\sin\mu|t|\right)x\right]} \tag{6.100}$$

και είναι διαφορετική από την $\rho_{cf}\left(x,t\right)$ με t>0.

6.4 Ο Prigogine για την κβαντική θεωρία

Και κατά τον Prigogine η εξίσωση Schrödinger είναι αναστρέψιμη ως προς το χρόνο αφού αν αντικαταστήσουμε το t με το -t δεν αλλάζει. Πρέπει μόνο να αντικαταστήσουμε την Ψ με την μιγαδική συζυγή της Ψ^* δηλ. σε μια μετάβαση από Ψ_1 σε Ψ_2 μεταξύ t_1 και t_2 με $t_2 > t_1$ αντιστοιχεί μετάβαση από την Ψ_2^* στην Ψ_1^*. Αν η Ψ είναι γνωστή κάποια στιγμή t_0 μπορούμε να την υπολογίσουμε σε οποιαδήποτε στιγμή στο παρελθόν η στο μέλλον. Εξάλλου η Ψ^* μπορεί να ερμηνευθεί σαν

συνάρτηση που προχωρά στο παρελθόν ενώ η πιθανότητα όπως ορίζεται στην κβαντομηχανική είναι $|\psi|^2 = \psi\psi^*$ και θα μπορούσε να ερμηνευτεί ως συνάντηση των χρόνων που έρχονται από το παρελθόν και από το μέλλον, έτσι λοιπόν είναι ουσιωδώς συμμετρική ως προς τον χρόνο.

Ο Eddington είχε πει οι κβαντικές πιθανότητες προκύπτουν αν εισαχθούν 2 συμμετρικά συστήματα κυμάτων τα οποία οδεύουν σε κατευθύνσεις αντίθετες στο χρόνο .

Στην λύση της εξίσωσης Schrödinger που είναι $\Psi(t) = U(t)\Psi(0)$ με $U(t) = e^{-iHt}$ τελεστή εξέλιξης , που αποτελεί μια δυναμική ομάδα, και συνδέει την τιμή της κυματοσυνάρτησης την στιγμή t με την τιμή της όταν t=0, μέλλον και παρελθόν δεν διαχωρίζονται αφού $U(t_1 + t_2) = U(t_1)U(t_2)$ οποία και αν είναι τα πρόσημα των t_1 και t_2 .

Προτείνει να λυθεί το πρόβλημα των ιδιοτιμών για τα Μεγαλα Συστήματα Poincare με την κβαντική εξίσωση του Liouville σε χώρους πιο γενικούς από τον χώρο Hilbert όπου οι περιγραφές δεν θα ανάγονται σε κυματοσυναρτήσεις και, όπως και στην κλασσική μηχανική, θα εμπλέκονται και ο συνυπολογισμός των μόνιμων αλληλεπιδράσεων που συνδέονται με μη τοπικές συναρτήσεις, οι οποίες συνεπάγονται ιδιομορφίες, και οι συντονισμοί Poincare που οδηγούν σε νέες διαδικασίες που συνδέονται με διάχυση. Οι νέες λύσεις στο στατιστικό επίπεδο μπορούν να ερμηνεύσουν την μετάβαση στην ισορροπία και την αναγωγή της κυματοσυνάρτησης κατά την μέτρηση .

Όπως στην κλασσική μηχανική, στην συνάρτηση κατανομής $\rho(q,p)$ απαλείφθηκαν οι θέσεις μέσω μετασχηματισμών Fourier $\rho_k(p)$ που γράφονται ως όροι κυματανυσμάτων k και ορμών. Ο συγκεκριμένος μετασχηματισμός είναι αναγκαίος για να εκφραστεί η μη τοπικότητα των συναρτήσεων κατανομής που συνδέονται με μόνιμες αλληλεπιδράσεις.

Έτσι και στην κβαντομηχανική ξεκινάμε από την παράσταση ορμής $\rho(p,p')$ του τελεστή πυκνότητας για παράδειγμα, αφού δεν μπορούμε να έχουμε μια συνάρτηση και των συντεταγμένων και των ορμών .

Εισάγουμε νέες μεταβλητές $k = p - p'$, $P = \frac{p+p'}{2}$ όπου το k είναι εντελώς διαφορετικό από την κλασσική μηχανική ενώ για το P ισχύει ότι κατά την διάρκεια των αλληλεπιδράσεων οι μεταβολές του εμπλέκουν την σταθερά h του Planck και οι δυναμικές διατυπώσεις κλασσικών και των κβαντικων ΜΣΡ γίνονται σχεδον ίδιες .

Επειδή οι κβαντικοί τελεστές πυκνότητας κατανομής ρ που αντιστοιχούν σε μόνιμες αλληλεπιδράσεις είναι μη τοπικοί οδηγούμαστε σε ιδιόμορφες συναρτήσεις ως προς k και εγκαταλείπουμε τον χωρο Hilbert.

Οι ιδιόμορφες μη τοπικές κατανομές πιθανότητας και οι συντονισμοί Poincare είναι οι συνθήκες της μη αναγώγιμης φασματικής παράστασης του τελεστή Liouville.

Συνολικά οι ιδιοτιμές δεν είναι πλέον διαφορές ιδιοτιμών και οι ιδιοσυναρτήσεις δεν εκφράζουν όρους πλατών πιθανότητας αλλά τα βασικά μεγέθη είναι οι πιθανότητες αυτές κάθ' εαυτές .

Όπως αναφέρει ο Prigogine, η συνήθης κβαντική θεωρία προσανατολισμένη στα ολοκληρώσιμα συστήματα έπρεπε να περιλαμβάνει και μια συμπληρωματική υπόθεση για την μέτρηση. Με τον δικό του τρόπο αντιμετώπισης δεν παίζουν ιδιαίτερο ρόλο οι μετρήσεις τουλάχιστον όχι περισσότερο από ότι στην κλασσική μηχανική.

Κεφάλαιο 7.

Σχετικότητα

7.1 Ο χρόνος και τα παράδοξά του στη σχετικότητα

Με τις νέες ιδέες που έφερε το 1905 ο Αϊνστάιν αναίρεσε την πεποίθηση ότι ο χρόνος ήταν απόλυτος. Θεώρησε ότι είναι σχετικός και εξαρτάται από το πόσο γρήγορα κινείται ο παρατηρητής, π.χ. εάν ένα άτομο κινείται σε συγκεκριμένο σύστημα χρόνου ενώ ένα άλλο σε διαφορετικό σύστημα χρόνου τότε η ζωή του ενός περνάει πιο γρήγορα και του άλλου πιο αργά. Δηλαδή ο χρόνος ενός πιλότου σε αεροπλάνο κυλάει πιο αργά από ενός άλλου που βρίσκεται στο έδαφος. Όσο πιο γρήγορα κινείται κανείς προς την ταχύτητα του φωτός τόσο πιο αργά περνάει ο χρόνος του, και σε σχέση με τους ακίνητους παρατηρητές ζει περισσότερο (το παράδοξο των δίδυμων αδερφών). Ένα πολύ ισχυρό πεδίο βαρύτητας μπορεί επίσης να επιβραδύνει τον χρόνο. Το ταξίδι στο χρόνο είναι επίσης πιθανό με την θεωρία της σχετικότητας με ταχύτητα πολύ κοντά στην ταχύτητα του φωτός.

Οι εξισώσεις της Γενικής Σχετικότητας δείχνουν μαθηματικά ότι δεν μπορούμε να εμποδίσουμε ένα ταξίδι στο παρελθόν. Βέβαια θα πρέπει κάποιος να έχει πειστική απάντηση για το γνωστό παράδοξο του δολοφόνου του παππού μας όπου ταξιδεύοντας κάποιος στο παρελθόν σκοτώνει τον παππού του (ή τον πατέρα του) οπότε αυτός δεν θα

γεννηθεί για να ταξιδέψει στο παρελθόν και να σκοτώσει τον παππού του πριν προλάβει ο τελευταίος να τεκνοποιήσει τον πατέρα του.

Το παράδοξο των διδύμων μπορεί να έχει κάποια εξήγηση. Για κάποιον που ταξιδεύει με ταχύτητα κοντινή σε αυτή του φωτός μπορεί να αλλάξει ο βιολογικός του χρόνος, δηλαδή ο χρόνος που γίνεται η κυτταρική διαίρεση με αποτέλεσμα να μεγαλώνει πιο αργά και ο οργανισμός του να γερνά πιο αργά. Το ίδιο ισχύει και για την ταχύτητα των ηλεκτρονίων γύρω από τον πυρήνα η οποία μπορεί να είναι πιο μικρή, να υλοποιείται δηλαδή ένα σύμπαν με άλλες σταθερές άρα με διαφορετικούς χρόνους διαφόρων συμβάντων. Αυτό μπορεί να υλοποιείται στα καθ' ημάς των ακίνητων παρατηρητών με διαστολή του χρόνου.

Όσο όμως και να ψάξει κανείς η αντιστρεψιμότητα του χρόνου δεν μπορεί να γίνει αποδεκτή. Ταξίδι στο παρελθόν μπορούμε να έχουμε υπό την έννοια της κινηματογραφικής ταινίας. Δεν θα μπορούμε να επέμβουμε. Αν τα Μαθηματικά μας δίνουν λύσεις με αρνητικούς χρόνους αυτό δεν σημαίνει ότι πρέπει σώνει και καλά να έχουν φυσική σημασία. Υπάρχει πάντα το φίλτρο ώστε να κρατήσουμε τις αποδεκτές με την παρατήρηση στο σύμπαν που ζούμε, λύσεις. Είναι πιθανόν με άλλες τιμές των σταθερών να υπήρξαν ή υπάρχουν σύμπαντα με άλλους φυσικούς νόμους.

Παρατηρούμε ότι η έννοια του χώρου και του χρόνου είναι άρρηκτα συνδεδεμένες στα μυαλά των φυσικών. Δηλαδή ότι όταν γυρίσουμε πίσω στο χρόνο θα μπορούμε να επέμβουμε στο χώρο, πράγμα όχι απαραίτητο αφού τα γεγονότα του παρελθόντος μπορούν να γίνουν αντιληπτά με το φως που τα λούζει και τα κάνει αισθητά. Γιατί άραγε όταν γίνει αντιστροφή του χρόνου ο παρατηρητής να καθορίζει τη εξέλιξη του συστήματος; Κάτι τέτοιο θυμίζει κβαντομηχανική. Η μαθηματική θεωρία που επιτρέπει την αντιστρεπτότητα μπορεί να

αναφέρεται στην πληροφορία των παρελθόντων γεγονότων που πολύ πιθανόν να μπορεί να ανακτηθεί. Το ίδιο το γεγονός όμως μπορούμε να πούμε, με όση βεβαιότητα μας επιτρέπεται, ότι μάλλον δεν θα ανακτηθεί ποτέ, γιατί τότε θα μπορούσε ο παρατηρητής που παρατηρεί να αναιρέσει τον εαυτό του και το σύστημα όλο. Δηλαδή να είναι και να μην είναι συγχρόνως, κάτι το οποίο είναι μαθηματικά άτοπο.

Δεν είναι υποχρεωμένη η φύση να ακολουθεί σε όλο το εύρος του ένα μαθηματικό μοντέλο που έχουμε εισάγει. Ας είμαστε ευτυχείς όταν εφάπτεται σε ένα μέρος του. Το υπόλοιπο μαθηματικό μοντέλο με κατάλληλη τοπολογία ή χώρο, μπορεί να εξαιρεθεί. Έχει αποδειχθεί ότι ούτε τα Μαθηματικά ούτε η φύση γίνεται φτωχότερη. Απεναντίας, δίνεται η ευκαιρία να εμπλουτιστούν τα Μαθηματικά ή και να δημιουργηθούν καινούργια για να συνεχίσουν εκεί που αποκλίνει το υπαρκτό σύμπαν με το πρώτο μαθηματικό μοντέλο και να ραφτεί στη συνέχεά του ένα άλλο σαν προέκταση, όπως συνήθως γίνεται. Έτσι και η γενική σχετικότητα δεν μπορεί να ακολουθηθεί κατά γράμμα.

7.2 Πείραμα Albert Michelson και Edward Morley

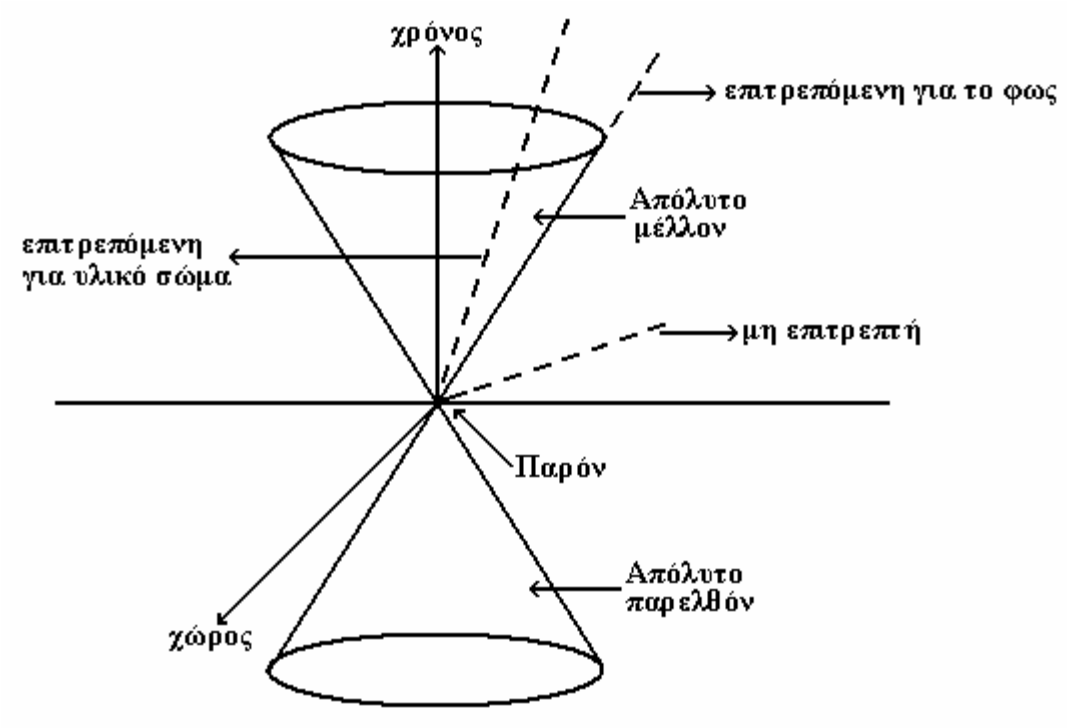
Οι Albert Michelson και Edward Morley το 1887 συνέκριναν την ταχύτητα του φωτός κατά τη διεύθυνση της κίνησης της Γης με την ταχύτητά του κατά την κάθετη διεύθυνση. Προς μεγάλη τους έκπληξη βρέθηκαν ίδιες.

Από τη θεωρία της σχετικότητας οι νόμοι της φυσικής πρέπει να παραμένουν ίδιοι για όλους τους παρατηρητές που κινούνται με οποιαδήποτε σταθερή ταχύτητα σε σχέση με τους άλλους.

Αλλαγή στις ιδέες μας για το χώρο και το χρόνο. Αν σταλεί ένας παλμός φωτός από ένα σημείο σ' ένα άλλο και μετρηθεί από

διαφορετικούς παρατηρητές η διάρκεια και το μήκος της διαδρομής τότε κατά τη θεωρία του Νεύτωνα όλοι οι παρατηρητές θα συμφωνήσουν για τη διάρκεια της διαδρομής (αφού ο χρόνος είναι απόλυτος) όχι όμως και για το μήκος της διαδρομής (αφού ο χώρος δεν είναι απόλυτος). Άρα οι διάφοροι παρατηρητές θα μετρήσουν διαφορετικές ταχύτητες για το φως.

Αντίθετα κατά τη θεωρία της σχετικότητας όλοι οι παρατηρητές θα συμφωνήσουν για την ταχύτητα του φωτός αλλά αφού εξακολουθούν να διαφωνούν για το μήκος της διαδρομής πρέπει να μην συμφωνούν και με τη διάρκεια, άρα η θεωρία της σχετικότητας απέρριψε την ιδέα του απόλυτου χρόνου. Μας αναγκάζει να δεχτούμε ότι ο χρόνος δεν είναι διαχωρισμένος και ανεξάρτητος από το χώρο αλλά ενωμένος με αυτόν σε μια υπόσταση που ονομάζεται χωροχρόνος.



Σχήμα 7.1 Ο κώνος του φωτός

Μια άλλη πρόβλεψη της ίδιας θεωρίας είναι ότι ο χρόνος φαίνεται πως περνάει πιο αργά κοντά σ' ένα σώμα με μεγάλη μάζα και βαρυτική

επίδραση όπως είναι η Γη. Η ενέργεια ενός φωτονίου είναι $E=hf$, αν πλησιάσει προς τη Γη η ενέργειά του μεγαλώνει άρα μεγαλώνει και η συχνότητά του δηλαδή το πλήθος των φωτεινών κυμάτων που περνούν από κάποιο σημείο ανά δευτερόλεπτο. Αν ο αριθμός των φωτεινών κυμάτων μένει ο ίδιος θα πρέπει το χρονικό διάστημα μεταξύ των διαδοχικών φωτεινών κυμάτων να μικραίνει. Τα γεγονότα που συμβαίνουν σε μικρό υψόμετρο συμβαίνουν σε μικρότερο χρονικό διάστημα. Άρα για έναν παρατηρητή τα γεγονότα συμβαίνουν πιο αργά.

Η πρόβλεψη επιβεβαιώθηκε το 1962 με 2 ακριβή χρονόμετρα, το ένα στην κορυφή ενός υδατόπυργου και το άλλο στη βάση του. Το χρονόμετρο που βρισκόταν σε μικρότερο υψόμετρο βρέθηκε να καθυστερεί σε σχέση με το άλλο. Εφαρμογή αυτής της αρχής έχουμε στις μεθόδους εντοπισμού και πλοήγησης πλοίων και αεροπλάνων από δορυφόρους. Αν αγνοούσαμε την θεωρία της σχετικότητας οι θέσεις που θα υπολογίζαμε θα απείχαν αρκετά χιλιόμετρα από τις πραγματικές.

7.3 Κοσμολογικό βέλος του χρόνου

Όπως αναφέρθηκε λοιπόν, η ροή του χρόνου προς το μέλλον μπορεί να συνδεθεί αφενός με την εντροπία του συστήματος, δηλαδή εν προκειμένω με αυτή του σύμπαντος, και εδώ θα εκφραζόταν με τις τυχαίες θέσεις και κινήσεις των σωμάτων, άστρων ύλης και γαλαξιών, ενώ όσο πιο πιθανή θα είναι μια διάταξη τόσο μεγαλύτερη θα είναι η εντροπία, αφετέρου με την απόσταση των γαλαξιών που προϊόντος του χρόνου, αυξάνει. Ο Στήβεν Χόκινγκ έχει επιλέξει τη διαστολή του σύμπαντος σαν αιτία για την κατεύθυνση του βέλους του χρόνου. Ο χρόνος αυξάνει επειδή διαστέλλεται το σύμπαν. Αυτό δημιουργεί όμως το εξής παράδοξο, όπως διαπίστωσε και ο ίδιος : Κάποια στιγμή το

σύμπαν θα πάψει να διαστέλλεται, κατά την άποψη αρκετών φυσικών, και οι βαρυτικές δυνάμεις θα επικρατήσουν οπότε θα αρχίσει να συστέλλεται και τότε θα πρέπει να αλλάξει και η φορά του χρόνου. Τελικά αυτή η παραδοχή δημιουργεί περισσότερα προβλήματα απ' όσα επιχειρεί να λύσει.

Η πλειονότητα των φυσικών αποδέχεται λοιπόν την φορά του βέλους του χρόνου που συνδέεται με την εντροπία και την αύξησή της μέχρι να έρθει το σύμπαν στη θερμική του ισορροπία. Ο Χόκινγκ, αφού συμφώνησε, απέδειξε ότι ακόμα και αν αρχίσει να συστέλλεται το σύμπαν, η εντροπία θα συνεχίσει να αυξάνεται. Έτσι θα αποφευχθεί η αντιστροφή του χρόνου.

Το πρόβλημα που προκύπτει με την διαρκή αύξηση της εντροπίας είναι ότι κατά τη γέννηση του σύμπαντος με τη Μεγάλη Έκρηξη αυτό είχε πολύ μικρή εντροπία. Έτσι η πιθανότητα να δημιουργηθεί με τον γνωστό τρόπο θα πρέπει να ήταν πολύ μικρή, δηλαδή η τυχαία δημιουργία θα ήταν μια θέση με μικρή πιθανότητα αλήθειας.

Μια ιδέα που κερδίζει έδαφος βασισμένη σε γνωστά μαθηματικά όπου συμμετέχει και ο Χόκινγκ, είναι ότι δεν υπάρχει ένα σύμπαν αλλά άπειρα. Το κάθε ένα από αυτά έχει γεννηθεί από κάποιο άλλο που προϋπήρχε, δηλαδή σύμπαντα γονείς που δημιουργούν σύμπαντα παιδιά. Η περιγραφή μπορεί να γίνεται με πολύπλοκα μαθηματικά αλλά με φυσικούς όρους περιγράφεται ως εξής: Έστω ότι σε ένα σύμπαν η ύλη είναι πολύ αραιή, από την Κβαντομηχανική ξέρουμε ότι μπορούν να εμφανιστούν ποσά ενέργειας σε μια περιοχή μεγαλύτερα από τα ποσά στον παραπλήσιο χώρο και η ενέργεια αυτή να γίνει μάζα και να αρχίσει η διαστολή αυτής της περιοχής. Μετά από ένα μεγάλο χρονικό διάστημα η μάζα θα έχει διασκορπιστεί σε ένα μεγάλο χώρο έτσι ώστε η πυκνότητα της να είναι χαμηλή και έτσι επαναλαμβάνεται το φαινόμενο της δημιουργίας νέου σύμπαντος σε μια αιώνια διαδοχή των μεγάλων

εκρήξεων. Με αυτό τον τρόπο εξηγείται πιο εύκολα η φορά του βέλους του χρόνου, και δεν είναι μια και μοναδική η μεγάλη έκρηξη με την αντίστοιχη πολύ μικρή πιθανότητα που τη συνοδεύει.

7.4 Η αντίδραση Belousov-Zhabotinsky

Ο Boris Pavlovitch Belousov κατά τη διάρκεια των ερευνών του το 1950 στην πρώην Σοβιετική Ένωση παρασκεύασε ένα παράξενο μείγμα που να μοιάζει με τον κύκλο του Krelos για περαιτέρω μελέτη. Αυτό το μείγμα περιείχε κιτρικό οξύ, βρωμικό κάλιο, θειικό οξύ και έναν καταλύτη από ιόντα δημητρίου. Το διάλυμα άρχισε να έχει περιοδικές διακυμάνσεις ανάμεσα σε μια ανοιχτόχρωμη εμφάνιση και μια κίτρινη απόχρωση που αντιστοιχούσε σε 2 διαφορετικές μορφές του ιόντος δημητρίου με κανονικότητα ρολογιού. Αυτή ήταν και η πρώτη χημική αντίδραση που υποστήριζε την ιδέα της αυτοοργάνωσης μέσα από τις δίδυμες μη αντιστρεπτές διαδικασίες της αντίδρασης και της διάχυσης. Η εργασία του δεν ευοδώθηκε αφού ήταν αντίθετη προς την απλοϊκή ερμηνεία του 2^{ου} νόμου ότι η τάξη ομοιόμορφα αποσυντίθεται σε αταξία έτσι και η χημική αντίδραση οδεύει πάντοτε προς εκφυλισμένη ισορροπία.

Στην αρχική αντίδραση ο Zhabotinsky άλλαξε τα ιόντα δημητρίου με αντιδραστήριο σιδήρου το οποίο έδωσε μια πιο καθαρή αλλαγή από κόκκινο σε μπλέ. Η χημεία αυτής της σημαντικής και πολύπλοκης αντίδρασης έχει μελετηθεί σε βάθος και από άλλους επιστήμονες.

Στην συνολική αντίδραση συμμετέχουν τριάντα διακριτά χημικά είδη και παράγεται μια χημική ουσία η οποία επηρρεάζει η ίδια την παραγωγή της. Έτσι έχουμε αυτοκατάλυση, το βασικό συστατικό στοιχείο της ανάδρασης και της μη γραμμικότητας, και η ουσία έχει να

δείξει μια αυτοοργανωμένη δομή με μορφώματα και χρώματα όπου δισεκατομμύρια μόρια μαζεύονται μαζί και δίνουν έναν σχηματισμό ευδιάκριτο ή αλλάζουν το χρώμα περιοδικά. Δίνει επίσης την δυναμική ευστάθεια μέσα σε κάποια όρια, την μη αντιστρεπτή διάλυση πέρα από αυτά τα όρια και έχει μία φυσιολογική διάρκεια ζωής. Εδώ η αυτοοργάνωση εμφανίστηκε με τη μορφή στροβιλιζόμενων σπειροειδών μορφωμάτων χημικής δραστηριότητας όπου εκατομμύρια μόρια υιοθετούν συνεκτικές δομές μεγάλης κλίμακας στο χρόνο και το χώρο.

Τα φαινόμενα αυτοοργάνωσης σαν κι αυτό φαίνεται να αντικρούουν τις αρχές του $2^{ου}$ νόμου. Έτσι η φορά του χρόνου που προκύπτει από τον παραπάνω νόμο γίνεται τώρα πιο σύνθετη. Δεν δημιουργεί μόνο αταξία αλλά και τάξη.

Όλα τα ζωντανά συστήματα παρουσιάζουν διασκορπισμό που εκδηλώνεται με την αύξηση της εντροπίας. Είναι δυναμικά επειδή οι διαδικασίες που αναπτύσσονται στο εσωτερικό τους έχουν την ικανότητα να εξελίσσονται, δηλαδή έχουν τη μη αντιστρεπτή εξέλιξη του χρόνου σε μη γραμμικά συστήματα διασκορπισμού ενέργειας μακριά από την ισορροπία.

Στα μαθηματικά μοντέλα πρέπει να εισχωρήσουν προσδιορισμοί όπως "διασκορπισμός", "μακριά από την ισορροπία" και "μη γραμμικότητα". Τα μαθηματικά των μη αντιστρεπτών διαδικασιών έχουν σε σημαντική θέση την μη αντιστρεπτότητα του χρόνου . Τα βιολογικά παραδείγματα για την μη αντιστρεπτότητα είναι πολύ σημαντικά για να τα αγνοήσουμε.

Βιολογικά ρολόγια υπάρχουν πολλά και σε πολλούς οργανισμούς. Ένα σημαντικό είναι αυτό που ορίζει την διαίρεση των κυττάρων. Τα σώματά μας αναπτύσσονται από ένα και μόνο κύτταρο ωαρίου που με μια διαδοχή διαίρεσης χωρίζονται σε δυό δυό. Στην διαδικασία αυτή τίποτα δεν είναι αφημένο στην τύχη. Η αλυσίδα των συμβάντων είναι

προγραμματισμένη με μεγάλη ακρίβεια και ελέγχεται από πλήθος παραγόντων. Μερικοί από αυτούς είναι ενδογενείς στο κύτταρο, όταν αυτό έχει αναπτυχθεί σε ορισμένο μέγεθος. Άλλοι όμως παράγοντες ελέγχονται από το περιβάλλον του κυττάρου. Μπορεί να φανταστεί κανείς τα κύτταρα σαν ρολόγια που κτυπούν και περνούν από 2 καταστάσεις. Στη μία το κύτταρο αναπτύσσεται ενώ η διχοτόμηση παρεμποδίζεται και στην άλλη το κύτταρο διαιρείται ενώ η ανάπτυξη συνεχίζεται.

Κάθε γονίδιο αντιστοιχεί σε μια πρωτεΐνη που παίζει ρόλο στον ωρολογιακό μηχανισμό του κυττάρου όπως συμβαίνει στη βιολογία. Υπάρχουν μοριακοί πυροδότες όπου μέσα σε μια "σούπα" μπορούν να πυροδοτήσουν την διαίρεση ενός ώριμου κυττάρου. Το περίεργο είναι ότι μπορεί το ίδιο περιβάλλον να δώσει σύνθημα κυτταρικής διαίρεσης σε οποιοδήποτε κύτταρο αστερία ή ανθρώπου. Έγιναν πειράματα από τον Paul Nurse και βρέθηκαν ομοιότητες ανάμεσα στους διάφορους οργανισμούς όσον αφορά τη διαίρεση. Η πρωτεΐνη που οδηγεί το κυτταρικό ρολόι είναι η ίδια στους ανθρώπους και στη μαγιά, άρα δεν έχει αλλάξει ουσιαστικά κατά τη διάρκεια των εκατομμυρίων ετών που υπάρχει ζωή πάνω στη Γη.

Τα ρολόγια της φύσης για τη διαίρεση του κυττάρου έχουν τον ίδιο μηχανισμό ελέγχου με ένα χρονόμετρο. Πρόκειται για έναν μοριακό ταλαντωτή που ρυθμίζει τον τρόπο με τον οποίο το κύτταρο ταλαντώνεται από την μια κατάσταση σε μια άλλη.

Συμπεράσματα

Οι θεωρίες ή τα μοντέλα κατά την καινούργια θεώρηση που έχουμε προς το παρόν είναι μάλλον όσο και η κορυφή του παγόβουνου. Κάτω από αυτή ίσως είναι – στα παγόβουνα σίγουρα κρύβεται μεγαλύτερος όγκος – πλαίσια και γενικότεροι νόμοι ευρύτεροι και πιο θεμελιώδεις από τους υπάρχοντες νόμους.

Οι τελευταίοι έχουν ελεγχθεί και είναι αποτελεσματικοί άρα δεν κινδυνεύουν και πολύ απ' ότι μπορεί να ανακαλυφθεί στη συνέχεια. Η κλασσική μηχανική έγινε ένα όριο της κβαντομηχανικής, δεν αναιρέθηκε στο σύνολό της. Τον καιρό των Πυθαγορείων οι ακέραιοι και οι ρητοί δεν εξαφανίσθηκαν επειδή δίπλα τους, σ' ένα ορθογώνιο τρίγωνο μάλιστα, "ζούσαν" οι άρρητοι σαν μήκος υποτείνουσας 2 καθ' όλα "ακέραιων" αριθμών.

Ο χρόνος όπως είδαμε στο σύντομο χρονικό της ανθρώπινης νόησης και της οργανωμένης προσπάθειας κατανόησης της φύσης, ενώ ήταν πανταχού παρών δυσκόλευε τα θαυμαστά μυαλά των επιστημόνων μας σε σημείο που αφού τον υποβίβασαν σε γεωμετρική διάσταση όπως οι υπόλοιπες τρεις, προσπαθώντας να τον κλείσουν κάτω από το χαλί, είπαν στο τέλος ότι είναι μια πλάνη (Αϊνστάιν).

Εκατοντάδες χρόνια πριν, ο Ζήνων ο Ελεάτης είχε διακωμωδήσει τον χρόνο καθιστώντας τον ανυπόληπτο αφού μας μπέρδεψε και δεν

μπορούσαμε να ξεχωρίσουμε αν ο γρήγορος Αχιλλέας θα προσπεράσει μια χελώνα.

Ένας πρόσφατος ορισμός του χρόνου είναι στο Hyperdictionary 2003 και είναι ως εξής: "Χρόνος είναι το συνεχές της εμπειρίας κατά το οποίο γεγονότα περνούν από το μέλλον μέσω του παρόντος στο παρελθόν". Μένει όμως να ορισθούν το μέλλον, το παρόν και το παρελθόν για να γίνει απόλυτα κατανοητός ο ορισμός του, χωρίς να χρησιμοποιηθεί πάλι η έννοια χρόνος. Χρησιμοποιείται όμως η λέξη εμπειρία και από αυτήν ξέρουμε ότι δυστυχώς ο χρόνος έχει αμείλικτα φορά προς τα εμπρός.

Περίπου 2.500 χρόνια πριν ο Ηράκλειτος είπε ότι ο χρόνος είναι ένα παιδί που παίζει πεσσούς. Γιατί παιδί; Γιατί πεσσοί; Μάλλον πεσσοί γιατί το μέλλον είναι άδηλον (δεν υπάρχει για τους χαοτικούς ή τους φυσικούς της κατάστασης μακράν της ισορροπίας), δημιουργείται από στιγμή σε στιγμή και παιδί γιατί δεν μπορεί να μας εξηγήσει και να προβλέψει τι θα γίνει.

Οι νόμοι του Νεύτωνα με την απόλυτη πεποίθηση του αιτίου και του αιτιατού, παρά τις έντονες αντιρρήσεις του Χιούμ, καθιστούν τον χρόνο συρμό που μπορεί να πηγαίνει μπρος πίσω και όπου οι παρατηρητές μπορούν να δουν τα συμβάντα να συμβαίνουν ή και να αναιρούν τον εαυτό τους. Με την κλασσική ερμηνεία της Κβαντομηχανικής κάθε μέτρηση ορίζει και ένα καινούργιο σύμπαν αλλά στη συνέχεια ο χρόνος γίνεται ο "κλασσικός" χρόνος. Έτσι το όλο σύμπαν είναι σαν ένα καλοκουρδισμένο ρολόι όπου οι νόμοι του ισχύουν παντού και πάντα. Και αν βρούμε όλες τις παραμέτρους (πόσες να είναι άραγε;) κι αν έστω είναι πεπερασμένες κατα την κλασική θεώρηση του ντετερμινισμού, θα έχουμε την εξέλιξη του οποιουδήποτε συστήματος στο διηνεκές του χρόνου. Το μέλλον δηλαδή είναι δεδομένο.

Αν θεωρήσουμε την φύση σαν το όλο των συμπάντων, βλέπουμε να έχει κάποιους νόμους όπου και τους τηρεί απαρεγκλίτως στην διάρκεια του χρόνου. Δηλαδή αυτή η φύση, είτε έχει συνείδηση του εαυτού της είτε όχι, όρισε, παρότι δημιουργός και εξουσιαστής, ένα σύνταγμα χωρίς την πίεση κανενός και το οποίο το τηρεί με θρησκευτική ευλάβεια αποστερώντας από τον εαυτό της την δυνατότητα ή την επιλογή να πράξει κάποια στιγμή μια παρέκκλιση και να δημιουργήσει κάποια καινοτομία.

Ο Επίκουρος πάντως, πριν σχεδόν 2.500 χρόνια πάλι, είχε παρατηρήσει ότι τα άτομα αν ακολουθούσαν προκαθορισμένες τροχιές τίποτα το καινούργιο δεν θα συνέβαινε. Γι' αυτό και γίνονται παρεκκλίσεις από τα προκαθορισμένα ώστε με τις καινούργιες κρούσεις και συνδυασμούς η φύση να πορεύεται στο χρόνο δημιουργώντας και καινοτομώντας.

Εάν το μέλλον είναι δεδομένο τότε πράγματι ο χρόνος δεν έχει καμία ιδιαίτερη σημασία, το ίδιο και η φορά του. Τα πάντα έχουν δρομολογηθεί και μια στιγμή ξεχωρίζει το παρελθόν από το μέλλον. Τι σημασία θα μπορούσε να έχει η φορά του χρόνου; Εάν δεχτούμε αυτή την άποψη τότε αστρολόγοι και επιστήμονες διαφέρουν ως προς τον τρόπο προσέγγισης της εξέλιξης των γεγονότων αλλά κατά βάθος είναι συνάδελφοι. Οι πρώτοι με ενοράσεις διαισθητικά, εμπειρικά προσπαθούν να δουν το μέλλον, οι δεύτεροι πολλές φορές όπως έχουμε δει στο παρελθόν με παρόμοιες προκαταλήψεις και ιδεοληψίες. Με τους νόμους των πιθανοτήτων τυχαία κάποιοι αστρολόγοι μπορούν να το πετύχουνκαι να προβλέψουν το μέλλον.

Έστω λοιπόν ότι κάποιοι καταφέρνουν να μοντελοποιήσουν την πρόβλεψη μεγάλων συστημάτων με ακρίβεια στο βάθος του χρόνου. Η βούληση του ενσυνείδητου σύμπαντος θα μπορούσε να αλλοιώσει την εξέλιξη των γεγονότων, π.χ. να σκοτώσουμε νωρίς έναν που μελλοντικά

θα δολοφονούσε πλήθος ανθρώπων, τότε το γεγονός θα αυτοαναιρεθεί οδηγώντας σε παράδοξα μη συμβατά με την κοινώς αποδεκτή λογική.

Στην εξέλιξη ενός συστήματος εμφανίζονται συνεχώς αστάθειες και η διαδρομή διακλαδώνεται σε πληθώρα άλλων διαδρομών. Το θέμα είναι ποια θα ακολουθήσει το σύστημα. Στη φύση η πολυπλοκότητα, η αλληλεξάρτηση και η αναδραστικότητα είναι κανόνας, γιατί όχι και στη φυσική των δισεκατομμυρίων ατόμων. Η αυτοοργάνωση έχει παρατηρηθεί, για παράδειγμα η αντίδραση Belouzov – Zhabotinsky όπου δύο ουσίες που δίνουν μορφώματα οργανωμένα στο χρόνο και διαδοχικά χρώματα σαν η φύση να έχει μια παλέτα με δυνατότητες και τυχαία, στα μεγάλα συστήματα, δίνονται ίσες ευκαιρίες σε όλες. Στη συνέχεια βέβαια επιβιώνουν οι σταθερές καταστάσεις που ορίζονται από τις ισχυρότερες παραμέτρους.

Η άποψη του Leon Brillouin ήταν, και μάλιστα πριν την εμφάνιση της πολυπλοκότητας, ότι οι νόμοι της ζωής και της βιολογίας θα μπορούσαν να αποδειχθούν ευρύτεροι των νόμων της φυσικής. Εκεί η φορά του χρόνου και η μη αναστρεψιμότητα δεν έχουν ξεχωριστό προβληματισμό, είναι αυτονόητες συνιστώσες του συστήματος.

Για τον Prigogine και με την στατιστική της μη ισορροπίας, η μη αναστρεψιμότητα του χρόνου οφείλεται στις συσχετίσεις. Στο βιβλίο του Nonequilibrium Statistical Mechanics, Νέα Υόρκη, J. Wiley, 1962. περιγράφει πως οι συσχετίσεις εξελίσσονται από όρους $2^{ης}$ τάξης σε όρους $3^{ης}$ τάξης κ.τ.λ. Η φυσική κατεύθυνση του χρόνου είναι η κατεύθυνση που αυξάνονται οι συσχετίσεις αφού όλο και περισσότερα σωματίδια συσχετίζονται όταν αυτά συγκρούονται και οι ταχύτητες κατανέμονται με τον πιο τυχαίο τρόπο. Εάν αντιστρέψουμε τον χρόνο οι συσχετίσεις καταστρέφονται. Σκοπός του ήταν να εντάξει τις πιθανότητες και την μη αντιστρεψιμότητα ως εγγενείς ιδιότητες της φύσης.

Η αισιόδοξη άποψη είναι ότι έστω και μικρές αλλαγές μπορούν να φανερώσουν μια εντελώς διαφορετική εικόνα στο σύστημα. Στα σημεία διακλάδωσης η εξέλιξη εξαρτάται από τις διακυμάνσεις. Αυτό είναι μια τόνωση για την ατομική δράση του καθενός σ' ένα βιολογικό σύστημα όπου η δράση προς μια κατεύθυνση όσο μικρή κι αν είναι μπορεί να επηρεάσει την εξέλιξη και το μέλλον, έτσι συμμετέχουμε στο γίγνεσθαι και αποφεύγονται μοιρολατρικές τοποθετήσεις απέναντι στα πράγματα. Το ίδιο βέβαια ισχύει και για την ισορροπία όπου με μικρές διακυμάνσεις μπορεί το σύστημα να απομακρυνθεί και να μην ξαναγυρίσει. Αλλά ας κρατήσουμε την άποψη ότι οι προσπάθειες είναι θετικές και το όλο σύστημα του οικοδομήματος της επιστήμης γίνεται δυνατότερο, χωρίς αποκλεισμούς, ενσωματώνοντας φρέσκιες δυναμικές ιδέες.

Η έμφυτη ανάγκη του ανθρώπου είναι να εξορίσει την αβεβαιότητα από τη ζωή του, γι' αυτό και μοντέλα πλήρους πρόβλεψης της εξέλιξης ενός συστήματος γίνονται εκολότερα αποδεκτά καθώς είναι μάλλον ευχάριστα. Από την άλλη μοντέλα τα οποία δημιουργούν ανησυχία και αμφιβολίες που "τρομοκρατούν", βρίσκουν ένθερμους και παθιασμένους οπαδούς οι οποίοι τα προωθούν καθώς έτσι κερδίζουν σε φήμη και εξουσία, όπως ακριβώς οι κάτοχοι μυστικών (πανάρχαια τακτική των ιερέων και μάγων) τα οποία μόνο αυτοί ξέρουν και διαχειρίζονται.

Βιβλιογραφία

1. *The arrow of time* , Peter Coveney , 1990 εκδ. W.H. Allen
2. *The development of Boltzmann's statistical ideas* , M. J. KLEIN 1973
3. *Inteterminism , time arrow , and prediction* , F . J . BELINFANTE
4. *Scientific Uncertainty and Information* , LEON BRILLOUIN 1964 εκδ. ACADEMIC PRESS New York
5. *Theoretical physics and philosophical problems* , LUDWIG BOLTZMANN edited by Brian Mcginness ,1974 εκδ. D.reidel publishing combany USA.
6. *The principles of statistical Mechanics* , RICHARD C. TOLMAN 1938 εκδ. OXFORD. UNIVERCITY PRESS .
7. *The nature of space and time* , STEPHEN HAWKING , ROGER PENROSE 1996 εκδ. Princeton University Press .
8 . *From Being to Becoming* , ILYA PRIGOGINE , 1980 εκδ. W.H. Freeman .
9. *Το τέλος της βεβαιότητας* , ILYA PRIGOGINE , 1996 εκδ. Κατοπτρο
10. *Quantum Mechanics* , A. BOHM , 1986 εκδ. Springer Βερολίνο .
11. *Dirac Kets , Gamow Vectors , Gelfand Triplets* A. BOHM M. GADELLA 1989 εκδ. Springer , Βερολίνο.
12. *Shadows of the Mind* , ROGER PENROSE , 1994 , εκδ. Oxford University , Οξφόρδη .
13. *Nonequilibrium Statistical Mecanics* , ILYA PRIGOGINE 1962 , εκδ. Wiley , Νεα Υόρκη
14. *Self-Organization in Nom equilibrium Systems* , ILYA PRIGOGINE , ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΝΙΚΟΛΗΣ , 1977 , εκδ. Wiley Νεα Υόρκη .
15. *Τάξη μέσα από το χάος* , ILYA PRIGOGINE και I. STENGERS , 1986 , εκδ. Κεδρος .
16. *The Emperor's New Mind* , ROGER PENROSE ,1990 , εκδ. Oxford University , Οξφόρδη .
17. *Time asymmetric quantum physics* , A. BOHM ,1999 , Physical Review A (3) 60 no 2 861 – 876 .
18. *A new Equation for Quantum Dissipative Systems* , P. CALDIROLA ,E MONTALDI , 1979 , Nuovo cimento Vol. 53 b , N. 2.

19. *Minimal irreversible quantum mechanics : Pure-state formalism* , MARIO CASTAGNINO , ROBERTO LAURA , 1997 , Physical Review A (1) 56 129-119 .
20. *On the relationship between the Fisher-Frieden-Soffer arrow of time and the behaviour of the Boltzmann and Kullback entropies* , A. PLASTINO, A.R. PLASTINO ,H. G. MILLER , 1997 , Physics Letters A 235 129- 134.
21. *Statistical Time Irreversibility of Reversible Systems : A Standard example* H. IOANNIDOY , 1997 , Physics Essays Vol. 10 (1) 35-39.
22. *Principal solutions of the Schrodinger and caldirola equations for forced oscillations* , H. IOANNIDOY , 2003 , Il Nuovo Cimento vol. 118 B N. 2
23. *Has the NLS equation anything to do with quantum mechanics ?* H. IOANNIDOY , 2004 , chaos solitons & fractals 23 (2005) 5-10.
24. *Κβαντομηχανική πλανη ή πραγματικότητα* , ALASTAIR RAE , 1986 , εκδ. Κάτοπτρο .
25. *Η εξελιξη των ιδεών στη Φυσική* , A. EINSTEIN – L. INFELD , 1980 , εκδ. Κορόντζη
26. *Τίμαιος* , ΠΛΑΤΩΝ , 1995 , εκδ. Πολις
27. *Αριστοτέλης* , INGEMAR DURING , 1991 , εκδ. M.I.E.T.
28. *Το χρονικό του χρόνου* , STEFEN W. HAWKING , 1988 , εκδ. Κάτοπτρο.
29. *Φυσική στοιχειωδών σωματίων* ΠΑΝ. ΤΣΙΛΙΜΙΓΡΑΣ 1998 , εκδ. Γ. Φουντας.
30. *The direction of time* , H. REICHENBACH , 1956 , εκδ. University of California Press.
31. *Assymetries in time: Problems in the philosophy of science* , PAUL HORWICH , 1987 εκδ. MIT Press.
32. *Relativistic Quantum Theory* , L. D. LANDAU & E.M. LIFSHITZ Course of theoritical physics vol. 4 part 1 , 1971 , εκδ. Pergamon Press Oxford.
33. *Άπαντα* , ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ , εκδ. Κάκτος 1994.
34. *Άπαντα* , ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ , εκδ. Κάκτος 1994.
35. *Ο Ηρακλειτος και η Φιλοσοφία* , ΚΩΣΤΑΣ ΑΞΕΛΟΣ , 1962 εκδ. Εξάντας 1984.

36. ***Οι πέντε εποχές της φιλοσοφίας*** **, Θ. Ν. ΠΕΛΕΓΡΙΝΗΣ , 1997 , εκδ. Ελληνικά Γραμματα .**

37. ***Τα πρώτα τρία λεπτά*** **, STEVEN WEINBERG , 1991 , εκδ. Ειρμός .**

38. ***Ενοποίηση των θεμελιωδών δυνάμεων*** **, ABDUS SALAM , 1990 , εκδ. Κάτοπτρο .**