Άσκηση 1. Η ποσότητα βενζίνης X (σε χιλιόλιτρα) που πωλεί ένα πρατήριο βενζίνης σε μια μέρα είναι μια συνεχής τ.μ. με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) \begin{cases} 0 & -\infty < x < 0\,, \\ c\,x & 0 \le x < 1\,, \\ c & 1 \le x < 2\,, \\ c(3-x)\,x & 2 \le x < 3\,, \\ 0 & 3 \le x < \infty\,. \end{cases}$$

Να υπολογισθούν α) η σταθερή c και β) οι πιθανότητες $P(X \le 3/4)$, $P(1/2 < X \le 5/2)$, $P(X > 9/4)$ και γ) η μέση τιμή $E(X)$ και η διασπορά $V(X)$.

Άσκηση 2. Η εκατοστιαία περιεκτικότητα σε οινόπνευμα ενός παρασκευάσματος είναι μια συνεχής τ.μ. με πυκνότητα πιθανότητας

$$f(x) \begin{cases} 0 & -\infty < x < 0\,, \\ c\,x^3(1-x) & 0 \le x < 1\,, \\ 0 & 1 \le x < +\infty \end{cases}$$

(*α*) Να υπολογισθούν η σταθερή c και οι πιθανότητες $p_1 = P(0 < X \le 1/3)$, και $p_2 = P(1/3 < X \le 2/3)$.
(*β*) Αν το παρασκεύασμα πωλείται προς $3j$ ευρώ το λίτρο όταν η περιεκτικότητα σε οινόπνευμα είναι $\dfrac{j-1}{3} < X \le \dfrac{j}{3}$, ενώ κοστίζει $j+1$, ευρώ, $j = 1, 2, 3$, να υπολογισθεί το μέσος κέρδος ανά λίτρο και η διασπορά του κέρδους.

Άσκηση 3. Ο χρόνος πέψης X, μετρούμενος σε ώρες, μιας μονάδας τροφής είναι μια συνεχής τ.μ. με πυκνότητα πιθανότητας

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x \le 0\,, \\ \theta^2 x e^{-\theta\,x} & 0 < x < +\infty\,. \end{cases}$$

όπου $\theta > 0$ θετικός πραγματικός. Να υπολογισθούν α) η συνάρτηση κατανομής $F(x)$, $-\infty < x < \infty$, β) η πιθανότητα για την πέψη μιας μονάδας τροφής να απαιτηθεί χρόνος περισσότερος από μια ώρα και γ) ο μέσος όρος πέψης $E(X)$ μιας μονάδας τροφής.