Άσκηση 1. Για να εκτιμηθεί η μέση βαθμολογία των φοιτητών στις εξετάσεις κάποιου μαθήματος, πήραμε ένα δείγμα 16 φοιτητών και καραγράψαμε τη βαθμολογία τους:

$$10 \quad 3 \quad 5 \quad 4 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 9 \quad 8 \quad 5 \quad 5 \quad 8 \quad 6 \quad 6 \quad 9 \quad 10$$

υποθέτουμε ότι η βαθμολογία στις εξετάσεις ακολουθεί κανονική κατανομή $N(\mu, \sigma^2 = 4)$. Να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 5% ο ισχυρισμός ότι η μέση βαθμολογία στις εξετάσεις είναι διαφορετική του 6.5.

Άσκηση 2. Η μέτρηση του ύψους, σ' ένα δείγμα 20 ατόμων από ένα πληθυσμό έδωσε τα παρακάτω αποτελέσματα σε εκατοστά (cm)

173	166	168	166	169	166	173	170	170	173
166	161	166	170	168	158	173	160	165	165

Είναι γνωστό ότι τα ύψη ακολουθούν κανονική κατανομή $N(\mu, \sigma^2)$. Να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 5% ο ισχυρισμός του ερευνητή ότι το μέσο ύψος του πληθυσμού είναι μεγαλύτερο των $165\,cm$ όταν η τυπική απόκλιση είναι (i) $\sigma = 5\,cm$ και (ii) άγνωστη.

Άσκηση 3. Ο ιδιοκτήτης ενός βενζινάδικου επιθυμεί να καθορίσει το ποσοστό των πελατών του οι οποίοι χρησιμοποιούν την πιστωτική (ή χρεωστική) τους κάρτα για να πληρώσουν στην αντλία. Για τον λόγο αυτό ρώτησε 100 πελάτες και διαπίστωσε ότι οι 80 κατέβαλλαν το αντίτιμο της βενζίνης χρησιμοποιώντας την κάρτα τους.
(i) Να εκτιμήσετε το (πληθυσμιακό) ποσοστό των πελατών που πληρώνουν χρησιμοποιώντας την κάρτα τους.
(ii) Ο ιδιοκτήτης του βενζινάδικου πιστεύει ότι το πραγματικό ποσοστό των πελατών που χρησιμοποιούν την κάρτα τους για να πληρώσουν είναι μεγαλύτερο του 70%. Να ελέγξετε σε επίπεδο σημαντικότητας $a = 5\%$ αν αληθεύει ο ισχυρισμός του.
(iii) Να υπολογισθεί το $p - value$ του ελέγχου.
(iv) Να βρεθεί ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης (Δ.Ε.) του ποσοστού των πελατών που πληρώνουν με κάρτα.
(v) Ποιό πρέπει να είναι το μέγεθος n του δείγματος αν η ακρίβεια (μήκος) του 95% Δ.Ε. επιθυμούμε να είναι 0.02 ;