Επίλυση συστημάτων γραμμικών εξισώσεων με το Matlab

Ο μηδενόχωρος ενός n x m πίνακα A αποτελείται από το σύνολο των λύσεων της εξίσωσης A x =0. Στο Matlab οι λύσεις της εξίσωσης υλοποιείται με την εντολή **null**. Για παράδειγμα:

```
>> A=[1 2;3 6];
>> null(sym(A))
ans =
 -2
  1
>> syms c;
>> A*(c*x)
ans =
 0
 0
```

Ο μηδενόχωρος του A περιέχει όλα τα πολλαπλάσια του διανύσματος x=(-2,1)'.

```
>> A=[1 2;3 8]
A =
     1     2
     3     8
>> null(A)
ans =
   Empty matrix: 2-by-0
>> B=[A;2*A]
B =
     1     2
     3     8
     2     4
     6    16
>> null(B)
ans =
   Empty matrix: 2-by-0
```

```
>> C=[A 2*A]

C =

     1     2     2     4

     3     8     6    16

>> xnull=null(sym(C))

ans =

[ -2,  0]

[  0, -2]

[  1,  0]

[  0,  1]

x1=xnull(:,1); x2=xnull(:,2);

>> C*(s1*x1+s2*x2)

ans =

 0

 0
```

Ο μηδενόχωρος του C περιέχει ολους τους γραμμικούς συνδυασμούς των διανυσμάτων στήλη x1=(-2, 0, 1, 0)', x2=(0, -2, 0,1)'.

Επίλυση της Ax=b για A (n x m) πίνακα

Παράδειγμα:

```
>> A=[1 1;1 2;-2 -3];b=[1,1,-2];
>>C=[A b];
>> rank(A)
ans =
      2
>> rank(C)
ans =
      2
>>xn=null(A)
ans =
  Empty matrix: 2-by-0
A\b
ans =
      1
      1/8425463406411595
```

x+y+z=3

x+2y-z=4

```
>>A=[1 1 1;1 2 -1];b=[3;4];
>> rank(A)
ans =
     2
>> rank(C)
ans =
     2
>> null(sym(A))
ans =
 -3
  2
  1
```

```
>>xspecial= A\b
ans =
        0
        7/3
        2/3
>>syms c
>> xall=xspecial+c*xnull
xall =
       -3*c
 2*c + 7/3
   c + 2/3
>> A*xall-b
ans =
 0
 0
```

```
>> A=[1 2 3 5;2 4 8 12;3 6 7 13];b=[1;2;4];
>> C=[A b]
>> rank(A)
ans =
     2
>> rank(C)
ans =
     3
```

Δεν υπάρχει λύση!!! Αν όμως

```
b=[1;2;3]; C=[A b];
 >>rank(C)
ans =
     2
```

οπότε υπάρχουν άπειρες λυσεις

```
>> xnull=null(sym(A))
xnull =
[ -2, -2]
[  1,  0]
[  0, -1]
[  0,  1]
>> pinv(A)*b
ans =
       1/7
       2/7
      -1/7
       1/7
>> syms c1  c2
>> xall=xspecial+c1*xnull(:,1)+ c2*xnull(:,2)
xall =
 - 2*c1 - 2*c2
            c1
    - c2 - 1/2
      c2 + 1/2
```

```
 A=[1 2 1 0;2 4 4 8;4 8 6 8];b=[4;2;10];
>> C=[A b];
```

Βρίσκουμε ότι rank(A)=rank(C)=2

```
>> xnull=null(sym(A))
xnull =
[ -2,  4]
[  1,  0]
[  0, -4]
[  0,  1]
>> xspecial=pinv(A)*sym(b)
xspecial =
  71/101
 142/101
  49/101
 -88/101
```

Ασκήσεις

1) Να βρεθεί η γενική λύση του γραμμικού συστήματος A x=b όπου

```
>>A=[2 4 6 4;2 5 7 6;2 3 5 2];b=[4;3;5];
```

2) Να βρεθεί η γενική λύση του γραμμικού συστήματος Ax=b όπου

```
>> A=[1 3 3; 2 6 9;-1 -3 3];b=[1;5;5];
```

3) Να βρεθεί η γενική λύση του γραμμικού συστήματος Ax=b όπου

```
>>A=[1 3 1 2; 2 6 4 8;0 0 2 4];b=[1;3;1];
```

4) Έστω ο πίνακας A και το διάνυσμα b στο γραμμικό σύστημα Ax=b δίνονται από

```
 A=[1 3 1;3 8 2;2 4 0];b=[b1,b2,b3];
```

Να δείτε τι κάνει η εντολή **lu** του Matlab. Μετά τρέξτε

```
>>[L,U]=lu(A)
```

Χρησιμοποιώντας τους πίνακες L και U, να δείξετε ότι το σύστημα έχει λύσεις αν και μόνο αν b3 - 2 b2 +4 b1=0. Μετά να λυθεί το γραμμικό σύστημα για b=(1,1,-2).