

**Θέμα 1ο:** Σε ένα μεγάλο χωράφι όπου καλλιεργείται βίκος, μετρήθηκαν τα σαρκοφάγα σκαθάρια που φωλιάζουν εκεί

(40) χρησιμοποιώντας 50 τυχαία τοποθετημένα τετράγωνα (quadrants) και πήραμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

πλήθος σκαθαριών (ανά τετράγωνο)	0	1	2	3	4
πλήθος τετραγώνων	23	17	6	3	1

α. Για το πλήθος των σκαθαριών, ανά τετράγωνο, να υπολογιστούν η (δειγματική) μέση τιμή \_\_\_\_\_, η τυπική απόκλιση \_\_\_\_\_, η κορυφή \_\_\_\_\_ και το τρίτο τεταρτημόριο \_\_\_\_\_ των παρατηρήσεων.

β. Εάν σε κάθε τετράγωνο βάλουμε ένα ακόμη σκαθάρι πώς μεταβάλλονται η κορυφή \_\_\_\_\_ και η τυπική απόκλιση \_\_\_\_\_ και γιατί;

γ. Εάν επιλέξουμε στην τύχη ένα τετράγωνο για παρατήρηση, να υπολογιστούν οι πιθανότητες σε αυτό:

1. να φωλιάζουν τρία σκαθάρια \_\_\_\_\_,

2. να φωλιάζουν τρία σκαθάρια όταν έχουμε παρατηρήσει ότι φωλιάζει τουλάχιστον ένα σκαθάρι \_\_\_\_\_.

**Θέμα 2ο:** α. Το ποσοστό μιας συγκεκριμένης ασθένειας σε έναν πληθυσμό είναι 22%. Το 90% από εκείνους που έχουν

(35) την ασθένεια εμφανίζουν ένα συγκεκριμένο εργαστηριακό εύρημα (θετικό τεστ), ενώ μόνο το 15% από τους μη-ασθενείς παρουσιάζουν το ίδιο εύρημα (ψευδή θετικά). Να βρεθούν οι πιθανότητες:

1. ένα άτομο του πληθυσμού να εμφανίσει το συγκεκριμένο εργαστηριακό εύρημα \_\_\_\_\_.

2. ένα άτομο του πληθυσμού, που εμφανίζει το εργαστηριακό εύρημα, να έχει πράγματι την ασθένεια \_\_\_\_\_.

3. ένα άτομο του πληθυσμού, που δεν εμφανίζει το εύρημα, να έχει εντούτοις την ασθένεια \_\_\_\_\_.

β. Δώστε ένα παράδειγμα στο οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί η κατανομή Poisson. Εάν η τυχαία μεταβλητή ακολουθεί κατανομή Poisson και ισχύει ότι  $P(X \geq 1) = 1 - e^{-1}$ , να υπολογιστούν:

η πιθανότητα  $P(X \leq 2)$  \_\_\_\_\_, η μέση τιμή  $E(5X + 1)$  \_\_\_\_\_ και η διασπορά  $\Delta(2 - 3X)$  \_\_\_\_\_.

**Θέμα 3ο:** Η συγκέντρωση του όζοντος το μεσημέρι σε μια περιοχή των Αθηνών ακολουθεί κανονική κατανομή με

(25) μέση τιμή  $\mu = 12 \text{ppm}$  και τυπική απόκλιση  $\sigma = 3 \text{ppm}$ , για κάθε μέρα του καλοκαιριού. Εάν οι συγκεντρώσεις του όζοντος για διαφορετικές μέρες είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, να βρεθούν οι πιθανότητες:

α. η συγκέντρωση του όζοντος το μεσημέρι μιας καλοκαιρινής ημέρας να υπερβεί τα  $15 \text{ppm}$  \_\_\_\_\_.

β. η μέση συγκέντρωση του όζοντος για μια εβδομάδα του καλοκαιριού να κυμανθεί από  $10.8$  έως  $12.5 \text{ppm}$  \_\_\_\_\_.

γ. η συγκέντρωση του όζοντος το μεσημέρι για καθεμία από τρεις καλοκαιρινές ημέρες να μην υπερβεί τα  $15 \text{ppm}$  \_\_\_\_\_ (να αιτιολογήσετε).

Δίδονται  $\Phi(0.2) = 0.579$ ,  $\Phi(0.4) = 0.655$ ,  $\Phi(0.5) = 0.691$ ,  $\Phi(0.8) = 0.788$ ,  $\Phi(1) = 0.841$ ,  $\Phi(1.2) = 0.885$ ,  
 $\Phi(1.4) = 0.919$ ,  $\Phi(1.5) = 0.933$ ,  $\Phi(1.645) = 0.95$ ,  $\Phi(1.96) = 0.975$ ,  $\Phi(2) = 0.977$ ,  $\Phi(2.5) = 0.994$ .