• Έστω $X_1, X_2, \dots, X_n$ ανεξάρτητες και ισόνομες τ.μ. με $E(X_i)=\mu$ και $\Delta(X_i)=\sigma^2$ $i=1,\dots,n$.

Τότε ορίζω την τ.μ. $\bar{X} = \frac{X_1+X_2+\dots+X_n}{n}$

δηλ. τον μέσο όρο τους

$$E(\bar X) = \frac{1}{n} E(X_1+X_2+\dots+X_n) = \frac{1}{n}\left[E(X_1)+\dots+E(X_n)\right]$$

$$= \frac{1}{n}\, n\cdot\mu = \mu$$

$$\Delta(\bar X) = \frac{1}{n^2}\Delta(X_1+X_2+\dots+X_n) \overset{\text{ανεξ}}{=} \frac{1}{n^2}\left(\Delta(X_1)+\dots+\Delta(X_n)\right)$$

$$= \frac{1}{n^2}\cdot n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

Κεντρικό Οριακό Θεώρημα

με τις προηγούμενες προϋποθέσεις η ακολουθία των τυποποιημένων μέσων όρων

$$Y_n = \sqrt{n}\,\frac{(\bar X_n - \mu)}{\sigma} \xrightarrow[n\to+\infty]{\text{κατά Νόμο}} N(0,1)$$

(Σύγκλιση κατά νόμο: $\lim\limits_{n\to+\infty} F_n(x) = F(x)$

για κάθε x σημείο συνέχειας)

Εναλλακτική μορφή για το Κ.Ο.Θ.

με τις προηγούμενες προϋποθέσεις η ακολουθία

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \xrightarrow[n\to+\infty]{\text{κατά Νόμο}} N(n\mu, n\sigma^2)$$

• Σε περίπτωση που ζητείται η πιθανότητα

$$P\left(\alpha < \sum_{i=1}^{n} X_i < \beta\right) = P\left(\frac{\alpha-n\mu}{\sqrt{n}\,\sigma} < \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu}{\sqrt{n}\,\sigma} < \frac{\beta-n\mu}{\sqrt{n}\,\sigma}\right)$$

$$\xrightarrow[n\to+\infty]{} P\left(\frac{\alpha-n\mu}{\sqrt{n}\,\sigma} < Z < \frac{\beta-n\mu}{\sqrt{n}\,\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{\beta-n\mu}{\sqrt{n}\,\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha-n\mu}{\sqrt{n}\,\sigma}\right)$$

όπου η τ.μ. $Z \sim N(0,1)$

και $\Phi(\cdot)$ η α.κ.κ. της τυποποιημένης Κανονικής

την οποία βρίσκουμε από σχετικούς πίνακες.

Διασύνδεση Διωνυμικής με Κανονική

Αν $X\sim B(n,p)$ και $n\geq 30$ $np\geq 5$

χρησιμοποιούμε το κεντρικό οριακό Θεώρημα

$X \sim N(np, np(1-p))$

$$P(X=k) = P\left(k-\frac{1}{2} < X < k+\frac{1}{2}\right)$$

$$P(\alpha\le X\le\beta) = P\left(\frac{\alpha-\frac{1}{2}-np}{\sqrt{np(1-p)}} < Z < \frac{\beta+\frac{1}{2}-np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$