Σε κατάστημα καταφθάνουν 20 πελάτες την ώρα. Ποια η πιθανότητα ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών αφίξεων

α) να είναι μικρότερος από 3 λεπτά

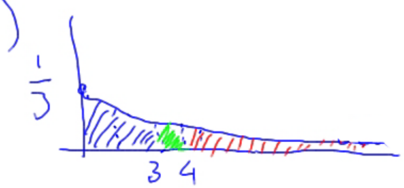
β) —"— μεγαλύτερος από 4 λεπτά

Αφίξεις ανά ώρα $\Rightarrow$ αφίξεις ανά λεπτό ώστε να έχω κοινή μονάδα χρόνου;

Πλήθος αφίξεων / λεπτό $\sim$ Poisson $\left(\theta = 20/60 = \frac{1}{3}\right)$

δεν είναι απαραίτητα ακέραιος

X = χρόνος ανάμεσα σε διαδοχικές αφίξεις είναι Εκθ $\left(\theta = \frac{1}{3}\right)$



$$f(x) = \frac{1}{3} e^{-\frac{x}{3}} \quad x > 0$$

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{3}}$$

α. $$P(X<3) \overset{\text{συνεχής}}{=} P(X \le 3) = \int_{-\infty}^{3} f(x)\,dx = \int_{0}^{3} \frac{1}{3} e^{-x/3}\,dx$$

$$= F(3) = 1 - e^{-1} = 0.6321$$

β. $$P(X>4) = \int_{4}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 - P(X \le 4) = 1 - F(4)$$

$$= 1 - \left(1 - e^{-\frac{4}{3}}\right) = e^{-4/3} = 0.2635$$

Ο δείκτης IQ σε μια ομάδα ανθρώπων προσεγγίζεται καλά από την κανονική κατανομή με $\mu = 105$ και $\sigma = 20$. Ποιό ποσοστό ανθρώπων έχει IQ

i) τουλάχιστον 50;

ii) το πολύ 80;

iii) ανάμεσα σε 95 και 125;

X: IQ $\qquad X \sim N(\mu = 105, \ \sigma^2 = 20^2)$

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-105}{20} \sim N(0,1)$$ κάνω τυποποίηση

i) $$P(X \geq 50) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{50-105}{20}\right) = P\left(Z \geq \frac{-55}{20} = -2.25\right)$$

είτε $$= 1 - P(Z < -2.25) = 1 - \Phi(-2.25)$$

$$= 1 - (1 - \Phi(2.25)) = \Phi(2.25)$$

είτε
λόγω συμμετρίας $$= P(Z \leq 2.25) = \Phi(2.25)$$

$$\doteq 0.9878$$

ii) $P(X \le 80) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{80-105}{20}\right) = P\left(Z \le -\frac{25}{20} = -1.25\right)$

$= \Phi(-1.25) \underset{\text{συμμ}}{=} 1 - \Phi(1.25) = 1 - 0.8944$

$= 0.1036$

iii) $P(95 \le X \le 125) = P\left(\frac{95-105}{20} \le \frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{125-105}{20}\right)$

$= P(-0.5 \le Z \le 1) = \Phi(1) - \Phi(-0.5)$

$= \Phi(1) - (1 - \Phi(0.5)) = \Phi(1) + \Phi(0.5) - 1$

$= 0.841 + 0.691 - 1 = 0.532$