

Διαγνωστικός Έλεγχος (test)

$P(\gamma\gamma | T^+)$ υποβάλλω το άτομο σε θεραπεία χωρίς να του χρειάζεται

|| τύπος Bayes

$\frac{P(T^+ | \gamma\gamma) P(\gamma\gamma)}{P(T^+)}$ Θα ήθελα να είναι πολύ μικρή

$$P(A\sigma | T^+) = 1 - P(\gamma\gamma | T^+)$$

$P(\gamma\gamma | T^-)$

δεν υποβάλλω το άτομο σε θεραπεία και πράγματι δεν του χρειάζεται
κοινός χώρος
θα ήθελα να είναι μεγάλο

$$P(A\sigma | T^-) = 1 - P(\gamma\gamma | T^-)$$

Διαγνωστικός Έλεγχος (test για τον διαβήτη, συνέχεια...)

$$P(T^+) \text{ "ακριβούς" } P(A\sigma)$$

$$P(T^+) \stackrel{\text{ΘΟΠ}}{=} P(T^+ | \gamma\gamma) P(\gamma\gamma) + P(T^+ | A\sigma) P(A\sigma)$$

↓ η σύνθεση του ↓

παθολογικού ως προς την ασθένεια $P(\gamma\gamma) = 1 - P(A\sigma)$

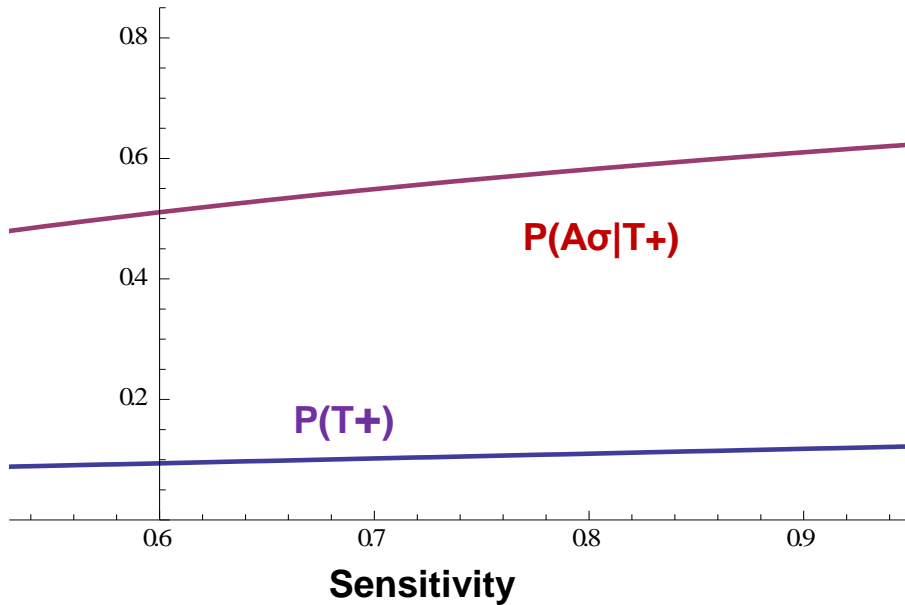
$$P(\gamma\gamma | T^-) \stackrel{\text{Bayes}}{=} \frac{P(T^- | \gamma\gamma) P(\gamma\gamma)}{P(T^-)} = \frac{0.95 \times 0.92}{1 - P(T^+)}$$

$$= \frac{0.95 \times 0.92}{0.9116} = 0.9587 \quad \underline{\underline{\text{μεγάλο}}}$$

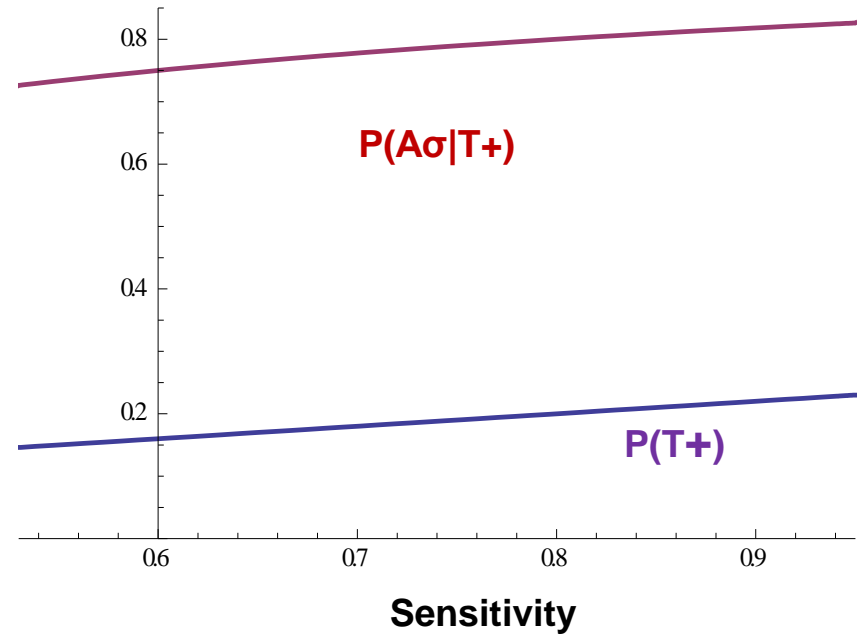
← specificity

Διαγνωστικός Έλεγχος (test για τον διαβήτη, συνέχεια...)

όταν $P(Aσ)=0.08$



όταν $P(Aσ)=0.20$



Χρησιμοποιούμε ένα test (διαγνωστικό έλεγχο) για την ανίχνευση μιας ασθένειας.

Στο διάγραμμα παρουσιάζονται η μεταβολή της πιθανότητα

1. ένα άτομο να διαγνωστεί, με βάση το test, με την ασθένεια, $P(T+)$

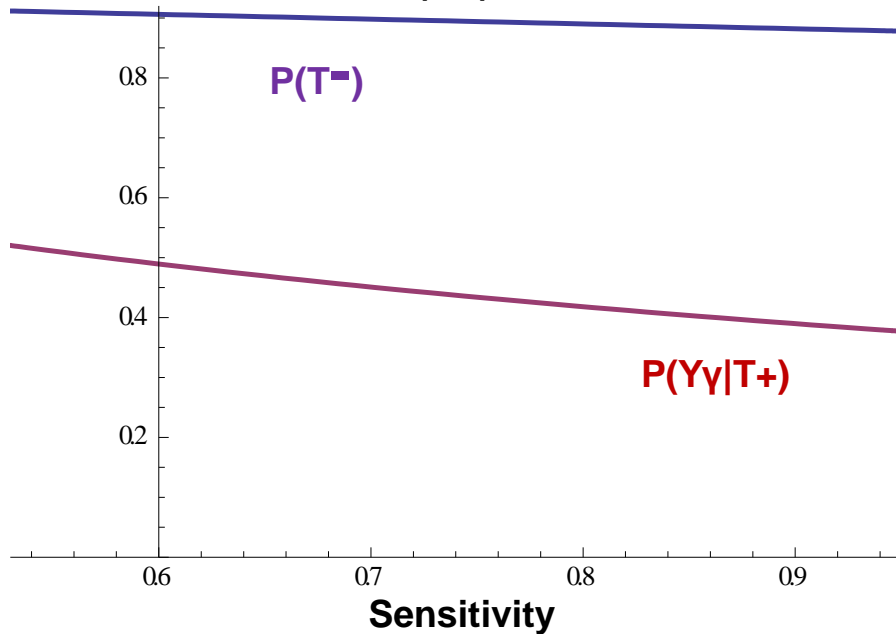
2. ορθής διάγνωσης, $P(Aσ|T+)$, σε ένα άτομο της ασθένειας

καθώς μεταβάλλεται η ευαισθησία (**Sensitivity**) του test, για εξειδίκευση (**specificity**) 0.95.

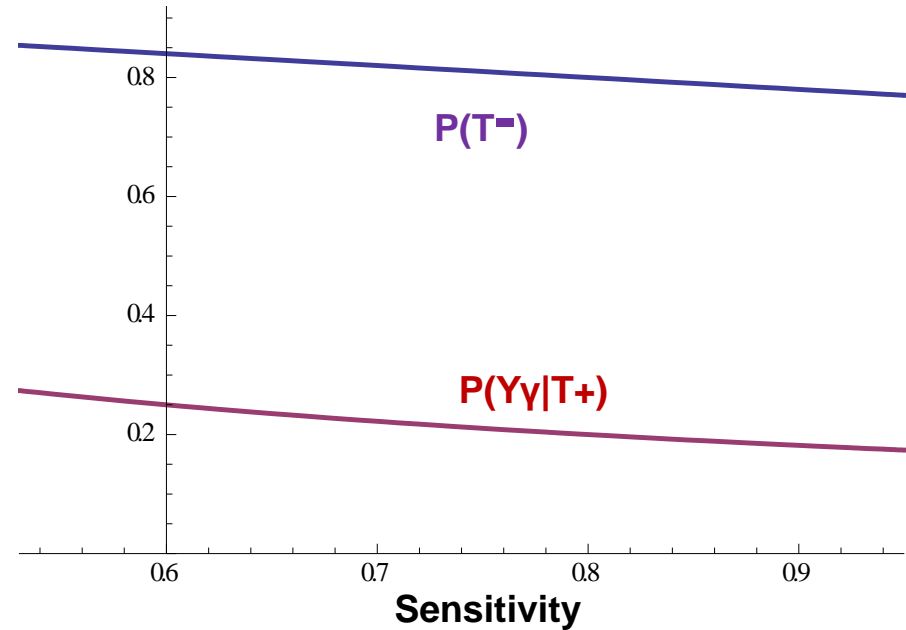
Το διάγραμμα δίνεται για δύο διαφορετικές τιμές της διάδοσης της ασθένειας, $P(Aσ)$, στον υπό μελέτη πληθυσμό.

Διαγνωστικός Έλεγχος (test για τον διαβήτη, συνέχεια...)

όταν $P(Aσ)=0.08$



όταν $P(Aσ)=0.20$



Στο διάγραμμα παρουσιάζονται η μεταβολή της πιθανότητα

1. ένα άτομο να διαγνωστεί, με βάση το test, ότι δεν έχει την ασθένεια, $P(T^-)$
 2. λανθασμένης διάγνωσης, $P(Y|T^+)$, σε ένα άτομο της ασθένειας
- καθώς μεταβάλλεται η ευαισθησία (**Sensitivity**) του test, για εξειδίκευση (**specificity**) 0.95. Το διάγραμμα δίνεται για δύο διαφορετικές τιμές της διάδοσης της ασθένειας, $P(Aσ)$, στον υπό μελέτη πληθυσμό.

Διαγνωστικός Έλεγχος (test Παπανικολάου)

- Το "test Παπανικολάου" κάνει σωστή διάγνωση σε 95% των περιπτώσεων (δηλ. το test είναι θετικό με πιθανότητα 0,95 αν μια γυναίκα πράγματι πάσχει από καρκίνο κ' είναι αρνητικό με πιθανότητα 0,95 αν μια γυναίκα δεν έχει την ασθένεια)

Αν το test για μια κυρία είναι θετικό ποιά είναι η πιθανότητα να πάσχει πράγματι από την ασθένεια; Ποιά ερμηνεία έχει αυτό; Το ποσοστό των γυναικών που πάσχουν από την ασθένεια είναι $\frac{5}{10.000}$.

	Όταν Ασθενής	Όταν Υγιής
Test +	sensitivity 0.95	0.05
Test -	0.05	specificity 0.95
	1	1

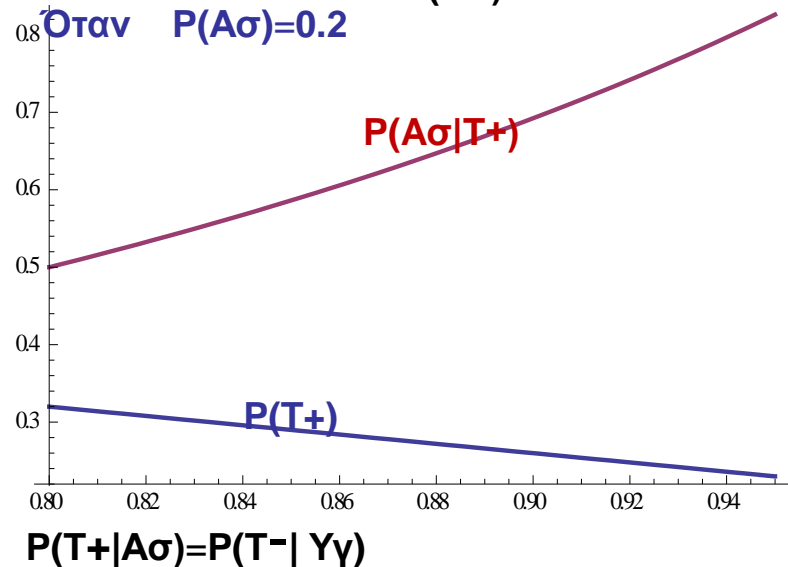
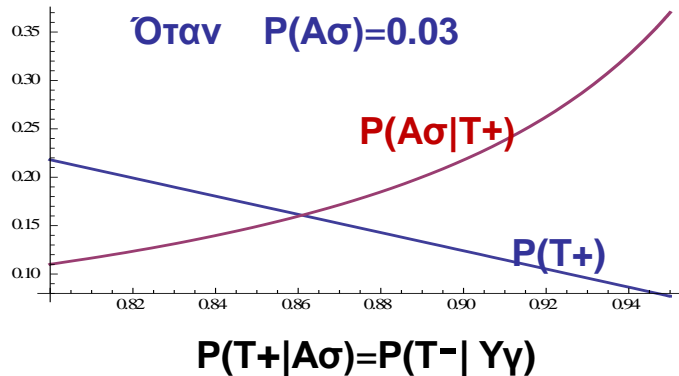
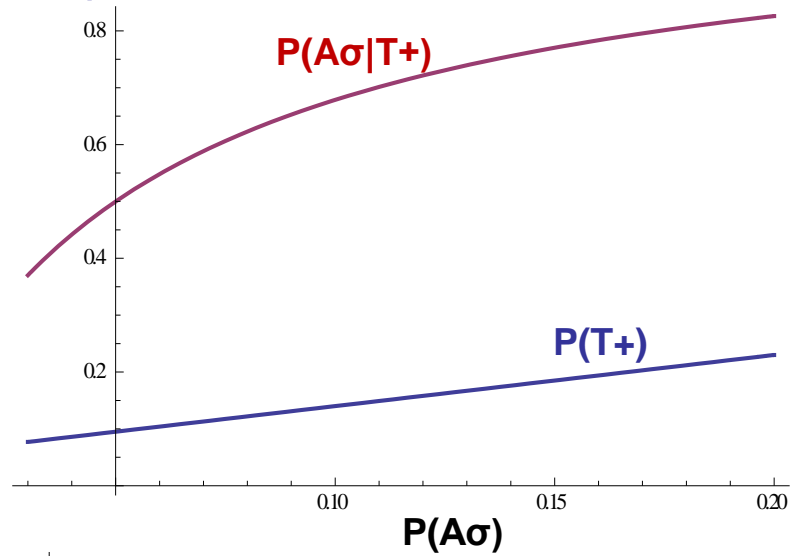
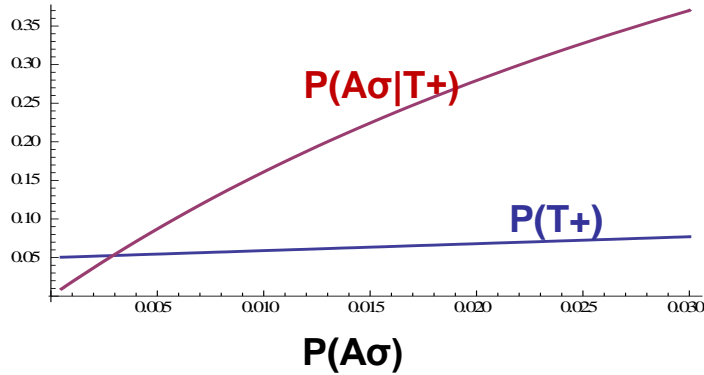
$$P(Aσ)=0.0005 \text{ άρα } P(Yγ)=0.9995$$

$$P(T+)=P(T+| Aσ) P(Aσ)+ P(T+| Yγ) P(Yγ)=0.95 \times 0.0005 + 0.05 \times 0.9995 = 0.05045$$

$$P(Aσ|T+)= \frac{P(T+| Aσ) P(Aσ)}{P(T+)} = \frac{0.95 \times 0.0005}{0.05045} = 0.00941$$

Διαγνωστικός Έλεγχος (test Παπανικολάου συνέχεια...)

Όταν $P(T+|A\sigma)=P(T-| \Upsilon\gamma) = 0.95$



Ανεξαρτησία ενδεχομένων (παράδειγμα)

Έχουμε οικογένεια με τρία παιδιά (θεωρούμε ότι για ένα παιδί είναι ίδια η πιθανότητα να είναι κορίτσι ή αγόρι).

Να υπολογίσετε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

A: παιδιά και των δύο φύλων

$$\Omega = \{ \underline{\underline{AAA}}, \underline{\underline{AAK}},$$

B: τουλάχιστον ένα κορίτσι

$$\underline{\underline{AKA}}, \underline{\underline{AKK}},$$

Γ: το πολύ ένα κορίτσι

$$\underline{\underline{KAA}}, \underline{\underline{KAK}},$$

Έχουμε 2^3 στοιχειώδη ισοπίθανα ενδεχόμενα $\underline{\underline{KKA}}, \underline{\underline{KKK}} \}$

$$P(A) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$P(B) = \frac{7}{8}$$

παρατηρούμε $A \subset B$

$$A \cap B = A$$

$$P(A \cap B) = P(A) > P(A)P(B)$$

A, B όχι ανεξάρτητα

$$P(\Gamma) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap \Gamma) = \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = P(A)P(\Gamma)$$

A, Γ ανεξάρτητα

Παράδειγμα (συνέχεια...)

X : πλήθος των κοριτσιών άρα $3-X$: πλήθος αγοριών

Οι δυνατές τιμές του X είναι $\{0, 1, 2, 3\}$

το A αντιστοιχεί $(X \geq 1 \cap 3-X \geq 1) = (1 \leq X \leq 2)$

το B αντιστοιχεί $(X \geq 1) = (1 \leq X \leq 3)$

το Γ αντιστοιχεί $(X \leq 1) = (0 \leq X \leq 1)$

$$P(A) = P(X=1 \text{ ή } X=2) = P(X=1) + P(X=2) = 3 \times \frac{1}{2^3} + 3 \times \frac{1}{2^3}$$

$$P(B) = P(X=1 \text{ ή } X=2 \text{ ή } X=3) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{1}{2^3}$$

$$P(\Gamma) = P(X=0 \text{ ή } X=1) = P(X=0) + P(X=1) = \frac{1}{2^3} + 3 \times \frac{1}{2^3}$$